# CIRCUITI ELETTRICI TRIFASE

Vantaggi dei sistemi polifase:

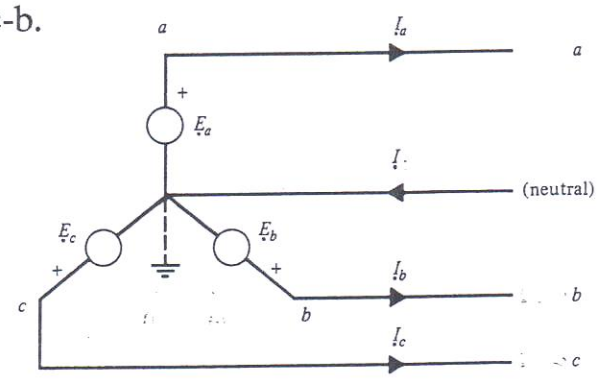
- Maggiore rendimento (potenza trasmessa)
- Migliore sfruttamento dello spazio nei motori
- Possibilità di fornire potenza costante
- Possibilità di generare un campo magnetico rotante
- Minore ondulazione nei raddrizzatori

Definizione del sistema trifase.

Un sistema trifase equilibrato, consiste, nella definizione più elementare, di un insieme di tre circuiti monofase in cui le grandezze elettriche (correnti o tensioni) sono uguali in ampiezza, ma sfasate di 120°, per cui la loro espressione risulta:

$\mathbf{E}_a = E\measuredangle 0°$
$\mathbf{E}_b = E\measuredangle -120°$
$\mathbf{E}_c = E\measuredangle +120° = E\measuredangle -240°$

I tre generatori di tensione possono essere separati o combinati in un unico dispositivo mediante i loro conduttori. In particolare i conduttori di ritorno, detti conduttori di **neutro**, possono essere messi a terra.
Le tensioni misurate tra una fase e il neutro si dicono **tensioni di fase**, le tensioni misurate tra fase e fase si dicono **tensioni concatenate o di linea.**
Se si rappresentano le 3 tensioni sul piano dei fasori, esse si susseguono nel piano in senso antiorario, e nella loro rappresentazione nel tempo le sinusoidi che le rappresentano raggiungono il valore massimo in sequenza a-b-c.
Scambiando tra loro due qualunque delle fasi (cioè scambiando la denominazione di due fasi qualunque) si ottiene una **sequenza inversa** caratterizzata cioè da un senso di rotazione orario dei fasori e da forme d'onda che raggiungono il massimo nella sequenza a-c-b.



Relazione tra le tensioni

Considerando le tensioni di fase del sistema con sequenza diretta, le tensioni misurate tra fase e neutro risultano appunto:

$\mathbf{E}_{an} = E\measuredangle 0°$
$\mathbf{E}_{bn} = E\measuredangle -120°$
$\mathbf{E}_{cn} = E\measuredangle +120° = E\measuredangle -240°$

Le tensioni concatenate corrispondenti:

$\mathbf{E}_{ab} = \mathbf{E}_{an} - \mathbf{E}_{bn}$
$\mathbf{E}_{bc} = \mathbf{E}_{bn} - \mathbf{E}_{cn}$
$\mathbf{E}_{ca} = \mathbf{E}_{cn} - \mathbf{E}_{an}$

$$\mathbf{E}_{ab} = E + j0 - E(\cos 120° - j\,\mathrm{sen}\,120°) =$$
$$= 1.5\,E + j\,0{,}87\,E = \sqrt{3}\,\mathbf{E}_{an}\,\measuredangle 30°$$

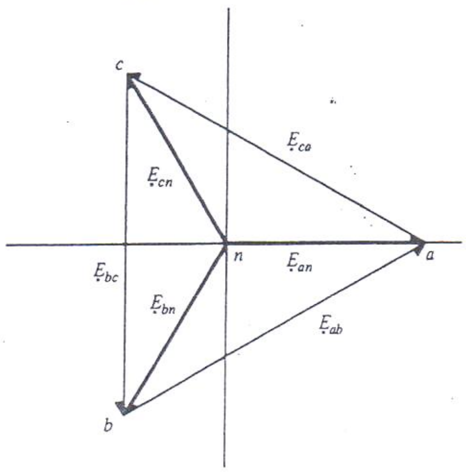
Pertanto l'ampiezza della tensione concatenata $\mathbf{E}_{ab}$ risulta pari a $\sqrt{3}$ volte la tensione $\mathbf{E}_{an}$ e sfasata positivamente di 30°.

Si verifica in generale che le tensioni di linea risultano quindi di ampiezza pari a $\sqrt{3}$ volte le tensioni di fase, con uno sfasamento di 30°rispetto ad esse.

Il carico trifase (equilibrato), come il sistema dei tre generatori di tensione, può essere collegato in due modi.

Nel **collegamento a stella** ogni elemento del carico è collegato tra una fase del generatore e il neutro.
Nel **collegamento a triangolo** ogni elemento del carico è collegato tra due fasi e non vi è un punto di neutro.

Per il collegamento a stella del carico la corrente in ogni fase coincide con la corrente di linea ed è uguale al rapporto tra le tensioni di fase e l'impedenza di fase.



Per il collegamento a triangolo si può calcolare la relazione tra correnti di line e correnti in una fase (per la fase a-b la corrente è assunta positiva nella direzione da **a** a **b** ):

$\mathbf{I_a} = \mathbf{I_{ab}} - \mathbf{I_{ca}} = \sqrt{3}\ \mathbf{I_{ab}} \measuredangle{-30°}$

**In condizioni di equilibrio la corrente che scorre nel filo di neutro in un carico a stella è nulla, come nel carico a triangolo non vi è corrente circolante. In queste condizioni il filo di neutro non è necessario.**
**Esso viene però spesso utilizzato perché può servire per trasportare eventuali correnti di sbilanciamento.**

EQUIVALENZA TRA STELLA E TRIANGOLO

Dato un carico trifase equilibrato costituito da tre impedenze collegate a triangolo si può determinare il valore delle impedenze collegate a stella equivalenti (nel senso che a parità di tensioni concatenate assorbe le stesse correnti di linea.

Risulta:

$\mathbf{Z}_\Delta = \mathbf{E}_l/\mathbf{I}_f = \sqrt{3}\mathbf{E}_f \measuredangle 30°/(\mathbf{I}_l \measuredangle 30°/\sqrt{3}) = 3\ \mathbf{E}_f/\mathbf{I}_l \measuredangle 0° = 3\ \mathbf{Z}_Y$

POTENZA NEI SISTEMI TRIFASE

Per un sistema trifase la potenza si ottiene dalla somma delle potenze in ogni fase.

$\mathbf{S} = \sqrt{3}\ \mathbf{E}_l\ \mathbf{I}_l^*$

$P = \sqrt{3}\ E_l\ I_l \cos\varphi$

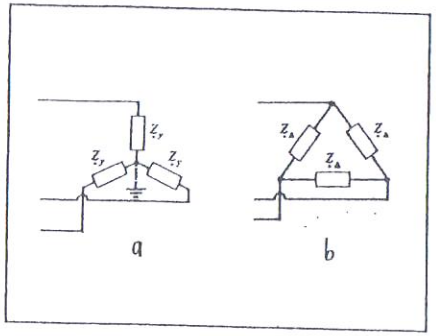
# ESERCITAZIONI DI AZIONAMENTI ELETTRICI

## Circuiti elettrici trifase

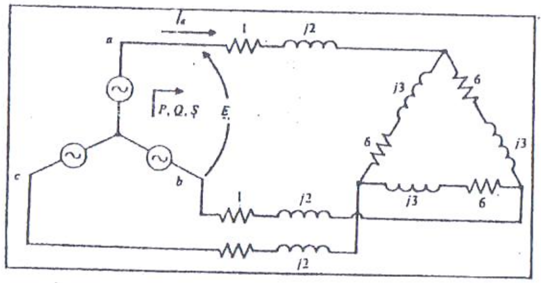
**1.**

Un circuito trifase è costituito da 3 avvolgimenti di resistenza $R=5\Omega$ e reattanza $X_L = 10\ \Omega$ collegati ad una sorgente trifase di 440 V, nel caso a) a stella e nel caso b) a triangolo.
Su ogni fase è disposta in parallelo una capacità di reattanza $X_C = 20\ \Omega$.

Calcolare nei casi a) e b) le correnti di linea [A] e la potenza assorbita [B].




**2.**

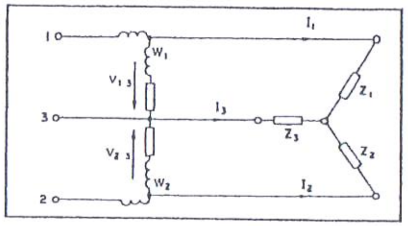



In figura è riportato lo schema di un circuito trifase, in cui sono anche indicati i valori dei parametri. Il circuito è alimentato con una tensione concatenata E=20V. Si calcoli il valore della corrente di linea $I_a$ [A], della potenza apparente totale **S** assorbita dal carico [B], del fattore di potenza **cos** $\varphi$ [C] e delle potenze attiva **P** [D] e reattiva **Q** [E].
Si ripetano i medesimi calcoli nel caso in cui i tre avvolgimenti che costituiscono il carico siano collegati a stella anziché a triangolo.

**3.**

Un motore asincrono trifase, collegato a triangolo, ha una potenza nominale di 60 kW e un fattore di potenza a pieno carico di $\cos\varphi = 0.819$ in ritardo; il rendimento vale $\eta = 0.87$. La tensione concatenata di alimentazione è V=415 V.
Si calcolino i valori delle correnti di linea [A] e di fase [B] nel funzionamento con potenza nominale.

**4.**



Un sistema trifase a tre fili, con tensione concatenata 220 V, alimenta un carico equilibrato a stella, con impedenza per fase pari a $\mathbf{Z} = 30\Omega\angle 30°$ .
Si calcolino le correnti di linea. Si tracci il diagramma vettoriale delle tensioni e delle correnti.
Si determinino le letture di due wattmetri **A** e **B** collegati come in figura (**Inserzione Aron**) e si verifichi che la somma algebrica di tali letture fornisce il valore della potenza assorbita.

N.B. Riportare le risposte nelle caselle indicate dalle lettere tra parentesi quadre.

| N° | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1a | $I_{linea}$= | $P_{ass}$= | | | |
| 1b | $I_{linea}$= | $P_{ass}$= | | | |
| 2a | $I_a$= | S= | cos$\varphi$= | P= | Q= |
| 2b | $I_a$= | S= | cos$\varphi$= | P= | Q= |
| 3 | $I_{linea}$= | $I_{fase}$= | | | |
| 4 | $P_{W1}$= | $P_{W2}$= | | | |

ESERCITAZIONI DI AZIONAMENTI ELETTRICI
Circuiti elettrici trifase - Soluzioni

1. Considerato che il sistema è equilibrato, si può ricondurre il problema alla soluzione di un circuito equivalente monofase con le tecniche usate per lo studio di sistemi in regime alternato sinusoidale.
L'impedenza di ogni fase è costituita dalla serie R, L in parallelo con la capacità C.
Si noti che, in regime PAS, le impedenze sono espresse direttamente in termini di reattanze induttive e capacitive e quindi misurate in Ω.
L'impedenza di fase risulta quindi: $Z_{fase} = (5 + j\,10)//(-j\,20) = 20\ \angle 36.87^\circ$

Nel caso a), collegamento a stella, il valore efficace della tensione di fase è legato alvalore efficace delle tensioni di linea dalla relazione:

$$V_{fase} = \frac{V_{linea}}{\sqrt{3}} = \frac{440}{\sqrt{3}} = 254V$$

La corrente di fase, coincidente per questo collegamento con quella di linea, e la potenza risultano infine:

$$I_{fase} = I_{linea} = \frac{V_{fase}}{Z_{fase}} = \frac{254}{20} = 12.7A$$

$$P_Y = \sqrt{3}\,V_{linea}I_{linea}\cos\phi = \sqrt{3}\times 440\times 12.7\times 0.8 = 7.74kW$$

Nel caso b), collegamento a triangolo, il procedimento è analogo, prestando attenzione alle diverse relazioni tra grandezze di linea e di fase:

$$V_{fase} = V_{linea} = 440V$$

$$I_{linea} = \sqrt{3}\,I_{fase} = \sqrt{3}\,\frac{440}{20} = 3\times 12.7\ A = 38.1A$$

$$P_\Delta = \sqrt{3}\,V_{linea}I_{linea}\cos\phi = \sqrt{3}\times 440\times 38.1\times 0.8 = 23.23kW = 3\ P_Y$$

Si noti la relazione tra l'impedenza a stella e a triangolo a parità di impedenza di fase. Nel collegamento a triangolo l'impedenza equivalente risulta ridotta di un fattore 3, per cui la corrente e la potenza assorbite aumentano di un uguale fattore.

2. Si osservi intanto che sono evidenziate le resistenze e le induttanze della linea di trasporto dell'energia. Questi parametri non fanno parte del carico propriamente detto, che è indicato dal solo triangolo. Anche in questo caso è opportuno ricondurre il circuito ad una sola fase.
A questo scopo è necessario eseguire una trasformazione triangolo-stella del carico, in modo da facilitare il calcolo.
Secondo quanto visto la stella equivalente al triangolo indicato in figura, avrà impedenze di fase pari a $Z_{fase\Delta Y} = Z_{fase\Delta}/3 = 2 + j\ 1 = 2.24\angle 26.56^\circ\ \Omega$. (Si noti che lo sfasamento non cambia e fornisce in ogni caso un $\cos\varphi = 0.894$)
A seguito di questa trasformazione l'impedenza della linea e quella di ogni fase del carico risultano in serie e possono essere sommate per determinare la corrente di linea:



risultano in serie e possono essere sommate per determinare la corrente di linea:
$Z_{totale} = Z_{linea} + Z_{fase\Delta Y} = 3 + j3 = 4.24\ \angle 45^\circ\ \Omega$

La corrente di linea risulta allora:

$$I_{linea} = \frac{20}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{4.24} = 2.72\ A$$

Per calcolare la potenza assorbita dal carico (escludendo quindi l'impedenza della linea), è necessario calcolare la tensione effettivamente presente sul carico, che non coincide con $E_{fase}$, ma deve essere ridotta di un termine pari alla caduta di tensione sulla linea.
Il calcolo della potenza può avvenire più semplicemente a partire dai valori della corrente di linea:

$$A = 3Z_{fase}\times I_{fase}^2 = (44.5 + j22.2)\ VA$$

$$P = Re(A) = 44.5\ W \qquad Q = Im(A) = 22.2VAR$$

Nel caso in cui le stesse impedenze siano collegate a stella, non è necessaria la trasformazione, e l'impedenza totale vista dal generatore risulta:

$Z_{totale} = Z_{linea} + Z_{faseY} = 7 + j5 = 8.6\ \angle 35.5^\circ\ \Omega$

La corrente e le potenze si calcolano in maniera analoga:

$$I_{linea} = \frac{20}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{8.6} = 1.34\ A$$

$$A = 3Z_{fase}\times I_{fase}^2 = (32.3 + j16.2)\ VA$$

$$P = Re(A) = 32.3\ W \qquad Q = Im(A) = 16.2VAR$$

3. La potenza nominale di un motore è la potenza meccanica resa; pertanto la potenza elettrica entrante sarà in generale superiore e determinata dal rendimento della macchina. Dai dati si ricava quindi la potenza elettrica:

$P_{el} = P_{mecc}/\eta = 60/0.87 = 69\ kW$

La corrente di linea si ricava dall'espressione della potenza:

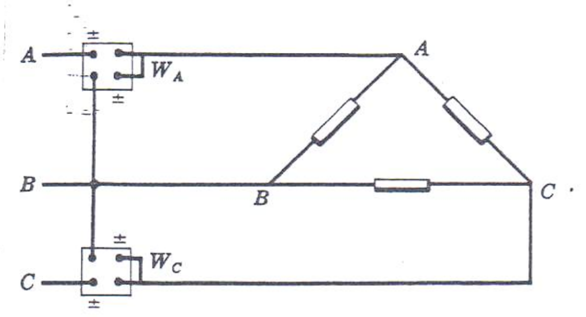
$$P = \sqrt{3}\,V_{linea}I_{linea}\cos\phi \quad\rightarrow\quad I_{linea} = \frac{P}{\sqrt{3}\,V_{linea}\cos\phi} = \frac{69000}{\sqrt{3}\times 415\times 0.819} = 117.2\ A$$

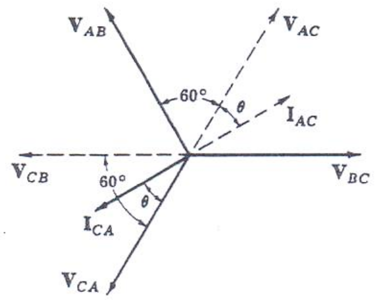
Trattandosi di un collegamento a triangolo, il valore della corrente di fase risulta:

$$I_{fase} = \frac{I_{linea}}{\sqrt{3}} = 67.7\ A$$

NOTA

IL METODO DEI DUE WATTMETRI (INSERZIONE ARON)




La potenza attiva complessiva assorbita da un carico in un sistema trifase a 3 fili è data dalla somma delle indicazioni dei 2 wattmetri inseriti come in figura.
Infatti

$$W_A = V_{AB} I_A \cos\alpha \qquad (\text{dove } \alpha = \measuredangle^{V_{AB}}_{I_A})$$

$$W_C = V_{CB} I_C \cos\beta \qquad (\text{dove } \beta = \measuredangle^{V_{CB}}_{I_C})$$

Si noti che

$$I_A = I_{AB} + I_{AC} \text{ e } I_C = I_{CA} + I_{CB}$$

da cui

$$W_A = V_{AB} I_{AB} \cos \measuredangle^{V_{AB}}_{I_{AB}} + V_{AB} I_{AC} \cos \measuredangle^{V_{AB}}_{I_{AC}}$$

$$W_C = V_{CB} I_{CB} \cos \measuredangle^{V_{CB}}_{I_{CB}} + V_{CB} I_{CA} \cos \measuredangle^{V_{CB}}_{I_{CA}}$$

I termini $V_{AB} I_{AB} \cos \measuredangle^{V_{AB}}_{I_{AB}}$ e $V_{CB} I_{CB} \cos \measuredangle^{V_{CB}}_{I_{CB}}$ rappresentano la potenza assorbita da 2 fasi. La somma dei termini restanti fornisce la potenza della 3^ fase. (Si ricordi che $V_{AB} = V_{BC} = V_{CA} = V_L$).