

## ESERCITAZIONI DI AZIONAMENTI ELETTRICI

### 3. Circuiti equivalenti dei trasformatori

1.

Prove a vuoto (misure lato b.t.)		
$V_0$ [V]	$I_0$ [A]	$W_0$ [W]
120	4	75
Prove in corto circuito (misure sul lato a.t.)		
$V_{cc}$ [V]	$I_{cc}$ [A]	$W_{cc}$ [W]
48	20,83	500

Le prove a vuoto e in corto-circuito di un trasformatore della potenza di 10 kVA, rapporto di trasformazione 480:120 V danno i risultati in tabella.

Si determini il circuito equivalente del trasformatore riferito al lato alta tensione [A]. Si determini la regolazione di tensione a pieno carico [B].

[A] Circuito equivalente	[B]
	$e\% =$

2. Un trasformatore trifase in olio raffreddato ad aria ha i seguenti dati di targa:

$A_n = 7500$ kVA	Potenza nominale
$V_{1n} = 15000$ V	Tensione nominale primaria
$V_{2n} = 33000$ V	Tensione nominale secondaria

Gli avvolgimenti sono collegati secondo lo schema Yd 11.

I risultati delle prove a vuoto e in corto circuito sono riportati nella tabella che segue (le misure sono state eseguite alla temperatura di 19°C).

### Prove a vuoto (misure lato bassa tensione)

$V_0$ [V]	$I_0$ [A]	$W_0$ [W]
15.000	1,33	7.440
Prove in corto circuito (misure sul lato bassa tensione)		
$V_{cc}$ [V]	$I_{cc}$ [A]	$W_{cc}$ [W]
1.085	$I_{nom}$	47.870

Si determinino i parametri del circuito equivalente del trasformatore. Si determini inoltre la regolazione di tensione a pieno carico e il rendimento del trasformatore alla temperatura convenzionale di 75°.

Regolazione di tensione di un trasformatore.

È il rapporto percentuale tra la caduta di tensione che si verifica per effetto della corrente del carico, divisa per la tensione nominale. (Tutte le tensioni riferite a un lato del trasformatore)

$$e = 100 \frac{\vec{V}_1 - \vec{V}_2'}{V_1} = 100 \frac{\vec{OA} - \vec{OC}}{OA} = 100 \frac{\vec{OF} - \vec{OC}}{OA} = 100 \frac{\vec{CF}}{OA}$$

$$= 100 \frac{\vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EF}}{OA} = 100 \left( \frac{\vec{BC} \sin \varphi + \vec{AB} \cos \varphi + \vec{EF}}{OA} \right) =$$

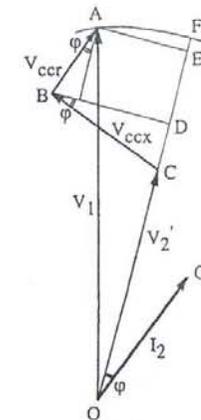
$$= V_{cc} \sin \varphi + v_{cc} \cos \varphi + 100 \frac{\vec{EF}}{OA}$$

$$\frac{\vec{EF}}{AE} = \frac{\vec{AE}}{OE + OF}; \quad \vec{EF} = \frac{\vec{AE}^2}{OE + OF} = \frac{\vec{AE}^2}{2OF} = \frac{\vec{AE}^2}{2OA}$$

da cui:

$$\vec{EF} = \frac{\vec{AE}^2}{2OA} = \frac{(\vec{BC} \cos \varphi - \vec{AB} \sin \varphi)^2}{2OA^2} = \frac{(v_{cc} \cos \varphi - v_{cc} \sin \varphi)^2}{2 \times 100 \times 100}$$

$$e = v_{cc} \sin \varphi + v_{cc} \cos \varphi + \frac{(v_{cc} \cos \varphi - v_{cc} \sin \varphi)^2}{2 \times 100}$$



OA = Tensione ai morsetti primaria  
 OC = Tensione ai morsetti secondaria riportata al primario  
 AB = Caduta di tensione resistiva a pieno carico  
 BC = Caduta di tensione reattiva a pieno carico  
 OG = Corrente secondaria a pieno carico

Soluzione dell'esercizio n. 2. *ESERCIZ. SUI TRASFORMATORI*

Si ricavano innanzitutto le correnti nominali relative rispettivamente al lato Alta Tensione (A.T.) e bassa tensione (b.t.), in base alla definizione di corrente nominale per trasformatori trifase:

$$I_{1n} = \frac{7500 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 15000} = 288,7 \text{ A}; \quad I_{2n} = \frac{7500 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 33000} = 131,2 \text{ A}$$

Si utilizza ora il circuito equivalente, che per un trasformatore trifase è definito per ogni fase, per cui si devono ricavare i rispettivi parametri per fase.

Si considerino i dati della prova a vuoto, notando che è stata effettuata sul lato b.t. collegato a triangolo. Ricaviamo innanzitutto la corrente a vuoto per fase:  $I_{0f} = I_0 / \sqrt{3}$ .

Ricaviamo ora la componente resistiva  $R_0$  dell'impedenza magnetizzante e la componente resistiva della corrente:

$$R_0 = V_0^2 / P_0 = 90,726 \text{ k}\Omega; \quad I_{0R} = V_0 / R_0 = 0,1653 \text{ A}$$

La componente reattiva e la reattanza magnetizzante risultano:

$$I_{0X} = \sqrt{(I_{0f}^2 - I_{0R}^2)} = 0,75 \text{ A}; \quad X_0 = V_0 / I_{0X} = 20 \text{ k}\Omega$$

Passando ora alla prova in corto circuito, ricaviamo i parametri  $Z_{cc}$ ,  $R_{cc}$ ,  $X_{cc}$  e la tensione di corto circuito percentuale, nelle sue componenti resistiva  $V_{ccR}\%$  e reattiva  $V_{ccX}\%$ :

$$Z_{cc} = V_{cc} / I_{1nf} = 1085 / 166,7 = 6,53 \Omega$$

$$R_{cc} = P_{cc} / I_{1nf}^2 = (P_{cc} / 3) / (I_{1n} / \sqrt{3})^2 = 15,956 / 166,7^2 = 0,575 \Omega$$

$$X_{cc} = \sqrt{(Z_{cc}^2 - R_{cc}^2)} = 6,52 \Omega$$

$$V_{ccR}\% = 100 R_{cc} I_{1nf} / V_{1n} = 0,64 \%; \quad V_{ccX}\% = 100 X_{cc} I_{1nf} / V_{1n} = 7,2 \%$$

$$V_{cc}\% = 100 V_{cc} / V_{1n} = 100 \cdot 1085 / 15000 = 7,23 \%$$

Le perdite misurate nella prova di corto circuito sono la somma delle perdite nel rame e delle perdite addizionali.

Nel seguito è necessario riportare le perdite, misurate a 19°C, alla temperatura convenzionale di 75°C; ma a questo scopo è necessario separare le perdite nel rame da quelle addizionali, poiché esse variano in modo opposto con la temperatura.

Con i dati disponibili non è possibile effettuare tale separazione; sarebbe necessario conoscere i valori delle resistenze in una condizione in cui non si manifestino anche le perdite addizionali, ad es. con una prova in corrente continua.

Supponiamo a tale scopo di aver eseguito tale prova e di aver trovato i seguenti dati:

$$R_1 = 0,1866 \Omega; \quad R_2 = 0,3865 \Omega \text{ (misure per fase)}$$

Questi valori, misurati a 19°C devono essere riportati a 75°C. Introduciamo il coefficiente:

$$\alpha = \frac{234,5 + 75}{234,5 + 19} = 1,21$$

$$R_{1,75} = 1,21 \cdot 0,1866 = 0,2278; \quad R_{2,75} = 1,21 \cdot 0,3865 = 0,4719 \Omega$$

Le perdite nel rame a 19°C risultano:

$$P_{Cu,19} = 3 \cdot 0,3865 \cdot 131,2^2 + 3 \cdot 0,1866 \cdot 166,7^2 = 35.520 \text{ W}$$

Le perdite nel rame a 75°C, in base ai calcoli precedenti risultano:

$$P_{Cu,75} = 3 \cdot 0,4719 \cdot 131,2^2 + 3 \cdot 0,2278 \cdot 166,7^2 = 43.370 \text{ W}$$

Le perdite addizionali a 19°C sono allora date da:

$$P_{add} = P_{cc} - P_{Cu} = 47.870 - 35.520 = 12.350 \text{ W}$$

Tali perdite si riportano a 75°C con un fattore inverso ad  $\alpha$ :

$$P_{add,75} = P_{add,19} / 1,21 = 10.130 \text{ W}$$

Le perdite totali di corto circuito, riportate a 75°C risultano quindi:

$$P_{cc,75} = P_{Cu,75} + P_{add,75} = 53.500 \text{ W}$$

Calcolo della regolazione di tensione.

Si impiega la seguente formula (v. testo):

$$e = V_{ccR}\% \times \cos\varphi + V_{ccX}\% \times \sin\varphi + \frac{(V_{ccR}\% \times \cos\varphi - V_{ccX}\% \times \sin\varphi)^2}{200}$$

Nel caso attuale non è specificato il fattore di potenza del carico. Si considerano 2 casi.

Per  $\cos\varphi = 1$  :  $e = 0,97 \%$

Per  $\cos\varphi = 0,8$  :  $e = 5,01 \%$

N.B. Il valore di  $V_{ccR}\%$  usato è stato anch'esso riportato a 75°C.

Calcolo del rendimento.

La valutazione del rendimento richiede la conoscenza delle perdite totali date dalla somma delle perdite a vuoto  $P_0$ , circa costanti al variare del carico, e le perdite a carico  $P_c$  che variano col carico in ragione del quadrato della corrente:  $P_c = P_{cc} (I / I_{1n})^2$ .

$$\eta = \frac{P_{resa}}{P_{resa} + \text{Perdite}}$$

A pieno carico, e con fattore di potenza unitario risulta:

$$P_{resa} = A_n \cos\varphi = 7500 \text{ kW}; \quad \text{Perdite} = P_0 + P_{cc,75} = 7.440 + 53.500$$

$$\eta = 0,9919$$

A metà carico nominale, con fattore di potenza unitario:

$$P_{resa} = 7500/2 \text{ kW}; \quad \text{Perdite} = P_0 + P_{cc,75} \cdot (I / I_{1n})^2 = 7.440 + 53.500 (1/2)^2$$

$$\eta = 0,9944$$