

# **MACCHINE ELETTRICHE**

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale  
Anno Accademico 2015-2016

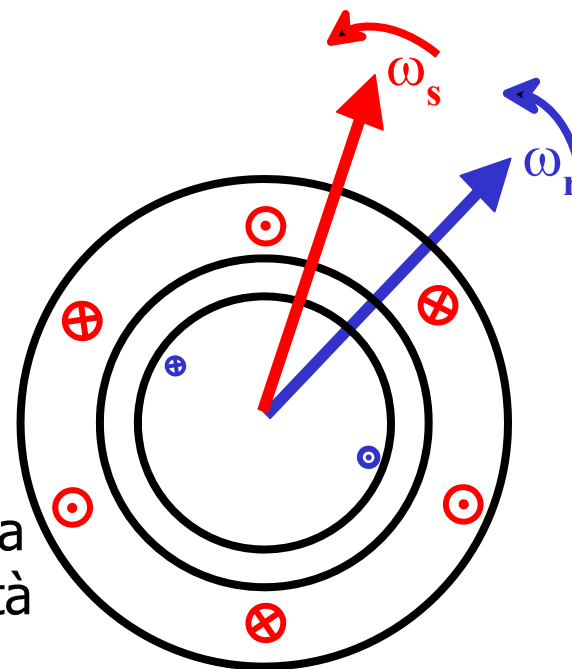
**LA MACCHINA SINCRONA**

Docente Francesco Benzi  
Università di Pavia  
e-mail: [fbenzi@unipv.it](mailto:fbenzi@unipv.it)

**Dispense in collaborazione con  
Giovanni Petrecca e Lucia Frosini**

# Principio di funzionamento

- Nella macchina sincrona la coppia deriva dall'interazione fra il campo magnetico rotante generato da un avvolgimento (alternato trifase) di statore (l'*armatura*) e il campo di rotore prodotto da un avvolgimento monofase in continua disposto sul rotore e ruotante con esso (*avvolgimento di eccitazione o di campo*).
- Condizione necessaria per lo sviluppo di una **coppia stabile** è che si verifichi il **sincronismo fra la velocità dei 2 campi, ovvero del campo magnetico rotante di statore e la velocità meccanica del rotore**.
- Per una data frequenza delle correnti di armatura la macchina sincrona funziona a regime a velocità fissa definita dal numero di poli



$$\omega_m = \frac{\omega_e}{(pp)}$$

$$\omega_e = 2\pi f_e = \text{Pulsazione delle correnti di statore}$$

# Operazione da **generatore**

- L'uso da generatore è quello prevalente sia come numero di macchine, sia come potenza installata
- I generatori sincroni o **alternatori** sono impiegati nelle centrali elettriche
- Potenze fino a migliaia di MVA
- Richiede un motore primo per generare potenza elettrica alla **frequenza di sincronismo**:

$$f = \frac{(pp) n}{60} \text{ [Hz]}$$

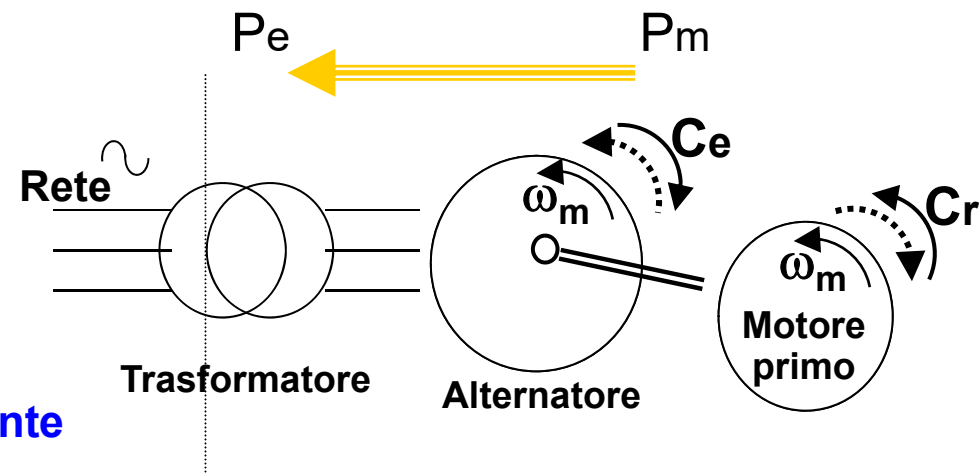
$n$  velocità [giri/min]

Convenzione dei motori:

$$J \frac{d\omega}{dt} = C_e - C_r$$

Nel funzionamento da generatore  
 $C_e$  e  $C_r$  risultano negative:

$$P_e = C_e \times \omega_m < 0 \quad \text{Potenza uscente}$$

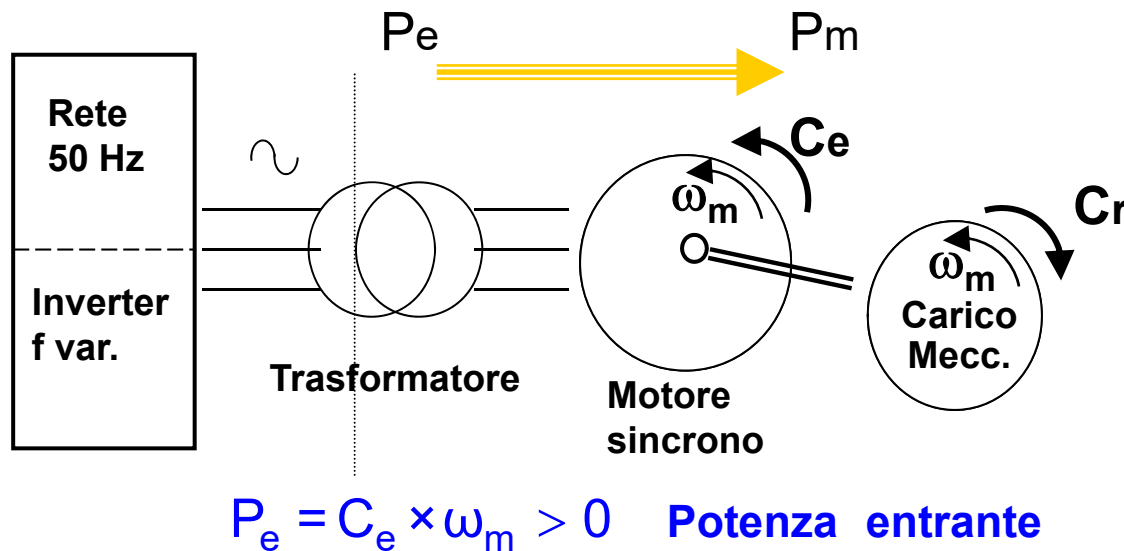


# Operazione da motore

- L'uso da motore è meno comune
- Taglie di potenza per motori industriali (fino a diverse centinaia di MW)
- Opera a velocità determinate dalla frequenza elettrica di alimentazione:

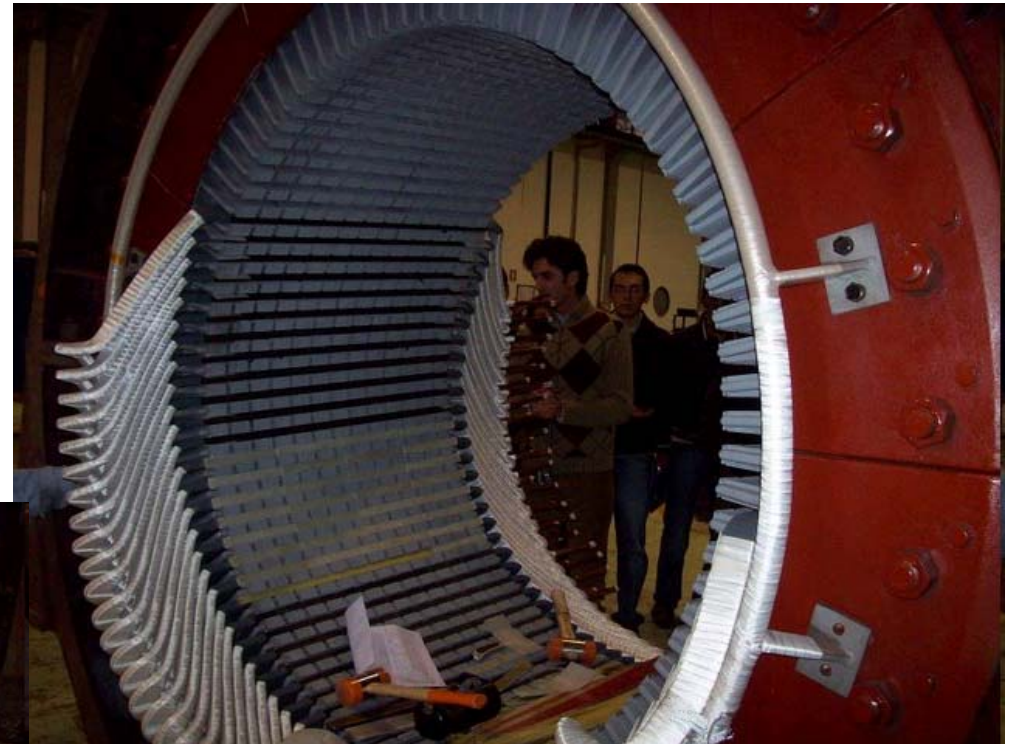
$$n = \frac{60 f}{(pp)} [\text{giri/min}]$$

- Un azionamento con inverter consente il funzionamento a velocità variabile



# Aspetti costruttivi – Lo statore

- TRIFASE – Avvolgimenti distribuiti
- LAMINATO - Sede di correnti parassite
- CAVE – Aperte o semiaperte



**Statore di un alternatore di centrale idroelettrica.**

**Particolare dello statore dell'alternatore con avvolgimento a doppio strato.**

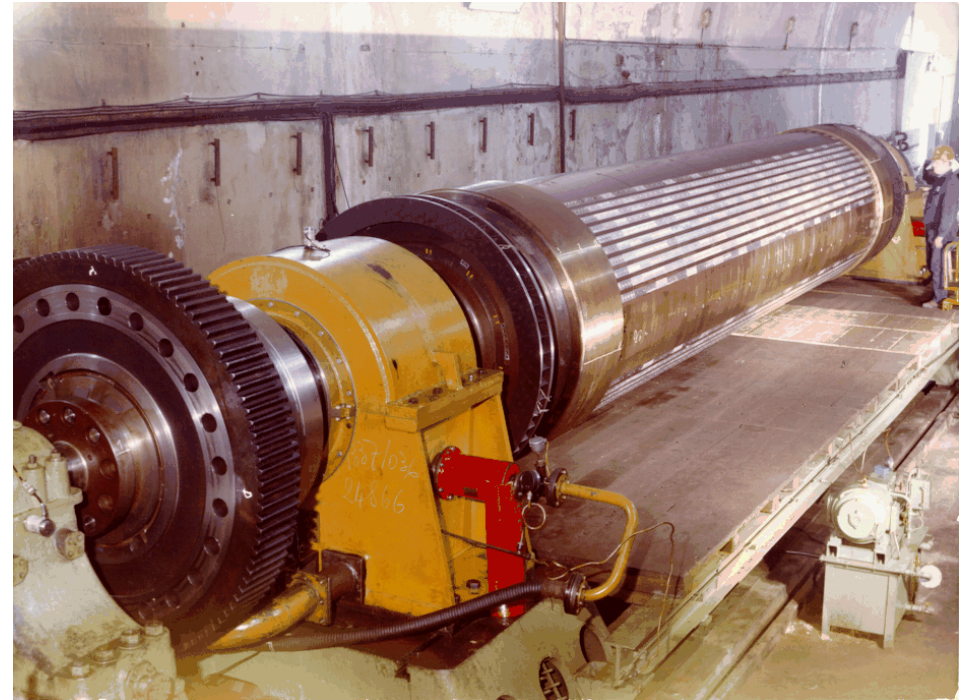
<http://picasaweb.google.com/cupertinof>

## Aspetti costruttivi – II rotore

- **Turboalternatori** (trascinati da turbine a vapore o gas)

- **Rotore liscio**, fuso in acciaio

- **Elevate velocità** 3000/1500 giri/min (2/4 poli)



- **Alternatori** (trascinati da turbine idrauliche)

- **Rotore a poli salienti**, espansioni polari fissate al nucleo

- **Basse velocità** 1000/200 giri/min (6/30 poli)

<http://picasaweb.google.com/cupertinof>

# Aspetti costruttivi – Circuito di eccitazione (Eccitatrice)

- Il circuito di eccitazione può essere realizzato:
  - con una dinamo eccitatrice a contatti striscianti
  - con un eccitatrice brushless (senza spazzole) con induttore e ponte di conversione

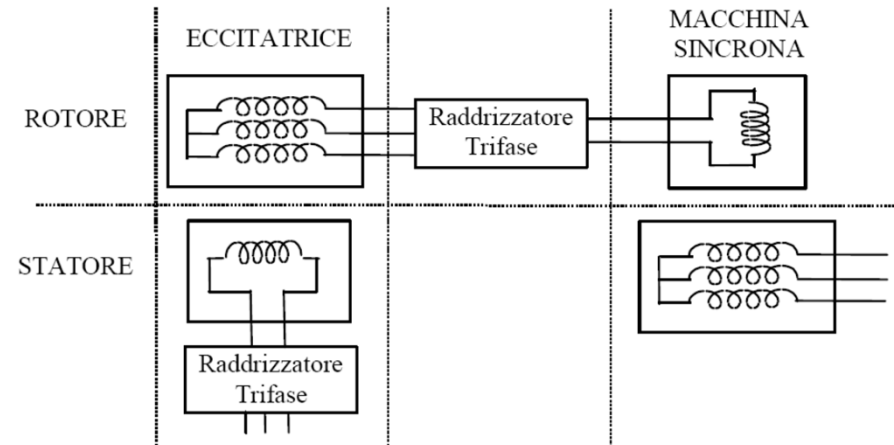


Figura 1.a. - Schema di macchina sincrona con eccitatrice

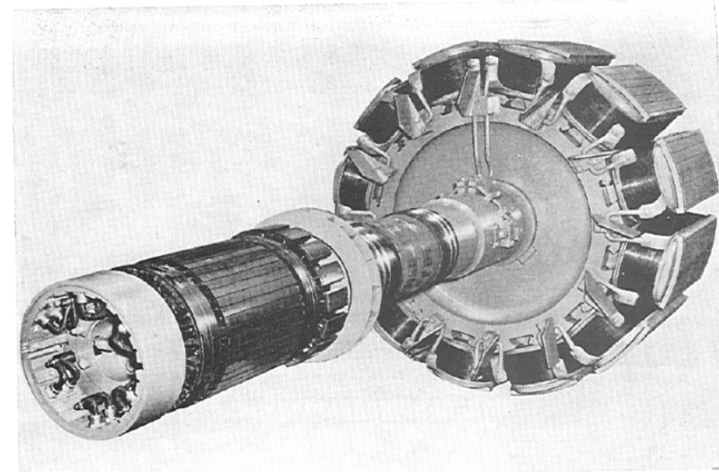
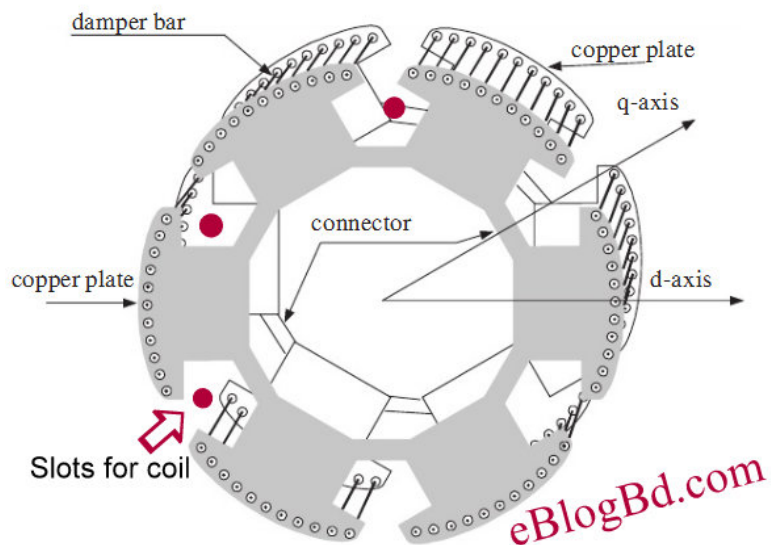


Figura 1.b - Rotore di macchina sincrona con eccitatrice coassiale.

# Aspetti costruttivi – Avvolgimenti smorzatori (Gabbia Smorzatrice – Damping Windings)

- Nel funzionamento da motore sul rotore è spesso disposta una gabbia costituita da barre conduttrici chiuse agli estremi in corto circuito, il cui funzionamento è simile a quello di una gabbia di scoiattolo in una macchina asincrona.
- Gli avvolgimenti sono investiti da un campo variabile quando il campo magnetico rotante di armatura ha una velocità diversa dal rotore (motore fuori sincronismo): in questi casi si generano fem, correnti e una coppia.



<http://picasaweb.google.com/cupertinof>



# Aspetti costruttivi – Avvolgimenti smorzatori (Gabbia Smorzatrice)

- Gli avvolgimenti smorzatori intervengono:
  - Allo SPUNTO, nel funzionamento da motore: consentono alla macchina di avviarsi da ferma e portarsi alla velocità di sincronismo
  - Ogni volta che viene meno il sincronismo e quindi la coppia, ad es. a seguito di improvvise variazioni di carico
- A REGIME non intervengono: tensione indotta e corrente sono nulle.
- **Analogamente a quanto avviene per la gabbia di scoiattolo in un motore asincrono, i conduttori della gabbia smorzatrice possono essere schematizzati come un gruppo di avvolgimenti trifase o bifase in corto circuito.**

## Equazioni elettriche della macchina nel sistema di riferimento naturale

$$\begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \\ v_e \\ v_s \\ v_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_e \\ i_s \\ i_t \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_A & M_{AB} & M_{AC} & M_{Ae} & M_{As} & M_{At} \\ M_{BA} & L_B & M_{BC} & M_{Be} & M_{Bs} & M_{Bt} \\ M_{CA} & M_{CB} & L_C & M_{Ce} & M_{Cs} & M_{Ct} \\ M_{eA} & M_{eB} & M_{eC} & L_e & M_{es} & M_{et} \\ M_{sA} & M_{sB} & M_{sC} & M_{se} & L_s & M_{st} \\ M_{tA} & M_{tB} & M_{tC} & M_{te} & M_{ts} & L_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_e \\ i_s \\ i_t \end{bmatrix}$$

- **A, B, C**

Avvolgimenti di un sistema trifase disposti sull'armatura (solitamente statore)

- **e**

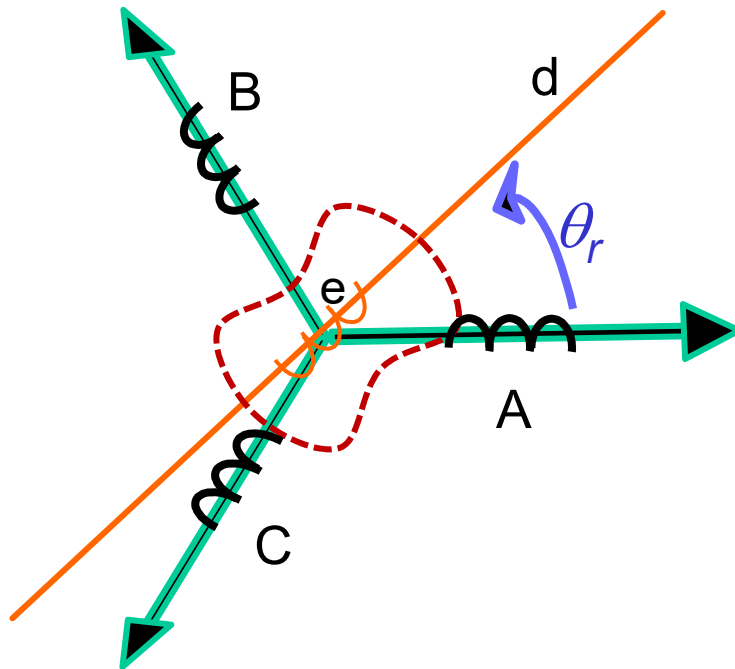
Avvolgimento monofase di eccitazione disposto solitamente sul rotore

- **s, t**

Avvolgimenti equivalenti agli avvolgimenti smorzatori disposti sul rotore

## Equazioni della macchina nel sistema di riferimento naturale

Autoinduttanze di armatura nel sistema di riferimento di statore (caso trifase)



$$L_A = L_\ell + L_1 + L_2 \cos 2\theta_r$$

$$L_B = L_\ell + L_1 + L_2 \cos \left( 2\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$L_C = L_\ell + L_1 + L_2 \cos \left( 2\theta_r - \frac{4\pi}{3} \right)$$

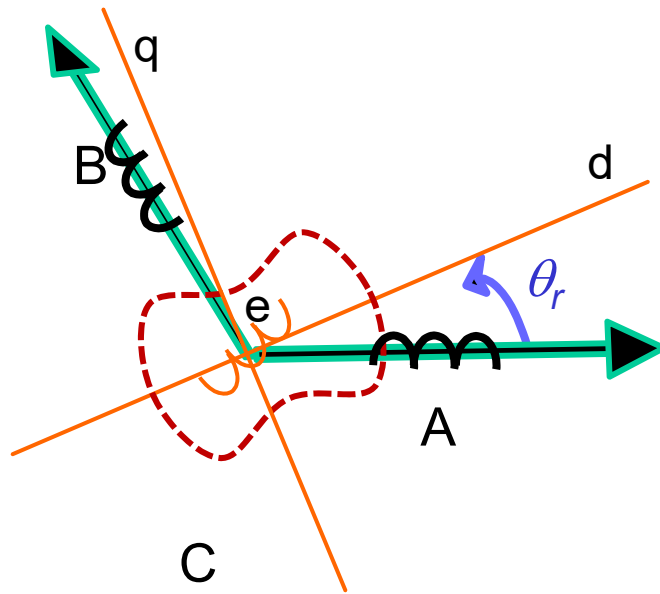
Il termine  $L_1$  rappresenta il valore medio dell'autoinduttanza, mentre  $L_2$  è presente solo in caso di anisotropia.

Il termine  $L_\ell$  tiene conto dell'induttanza di dispersione degli avvolgimenti di armatura e si considera identico per le 3 fasi.

$d$  è la direzione di minima riluttanza in caso di anisotropia del rotore e coincide con l'asse dell'avvolgimento di campo.

## Equazioni della macchina nel sistema di riferimento naturale

Mutue induttanze di statore nel sistema di riferimento di statore (caso trifase)



$$M_{BA} = -\frac{L_1}{2} + L_2 \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right) = M_{AB}$$

$$M_{CB} = -\frac{L_1}{2} + L_2 \cos 2(\theta_r - \pi) = M_{BC}$$

$$M_{AC} = -\frac{L_1}{2} + L_2 \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) = M_{CA}$$

- Il calcolo di  $M_{BA}$  (e simili) è condotto analogamente al caso in cui A e B sono in quadratura
- Vi è una mutua induttanza anche con rotore isotropo
- In caso di anisotropia si ha un massimo per  $\theta_r = \frac{\pi}{3}$

## Equazioni della macchina nel sistema di riferimento naturale

Mutue induttanze restanti fra avvolgimenti di statore e rotore

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{Ae} = M_{Se} \cos \theta_r = M_{eA} \\ M_{Be} = M_{Se} \cos \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) = M_{eB} \\ M_{Ce} = M_{Se} \cos \left( \theta_r - \frac{4\pi}{3} \right) = M_{eC} \end{array} \right.$$

$M_{Se}, M_{Ss}, M_{St}$  valori massimi delle mutue

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{As} = M_{Ss} \cos \theta_r = M_{sA} \\ M_{Bs} = M_{Ss} \cos \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) = M_{sB} \\ M_{Cs} = M_{Ss} \cos \left( \theta_r - \frac{4\pi}{3} \right) = M_{sC} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{At} = -M_{St} \sin \theta_r = M_{tA} \\ M_{Bt} = -M_{St} \sin \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) = M_{tB} \\ M_{Ct} = -M_{St} \sin \left( \theta_r - \frac{4\pi}{3} \right) = M_{tC} \end{array} \right.$$

## Espressione delle induttanze nel sistema di riferimento trasformato

Sostituendo i valori qui trovati si perviene alla seguente matrice delle induttanze [L] di evidente complessità

$$\begin{bmatrix}
 L_\ell + L_1 + L_2 \cos 2\theta_r & -\frac{L_1}{2} + L_2 \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right) & -\frac{L_1}{2} + L_2 \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) & M_{Se} \cos \theta_r & M_{Ss} \cos \theta_r & -M_{St} \sin \theta_r \\
 -\frac{L_1}{2} + L_2 \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right) & L_\ell + L_1 + L_2 \cos\left(2\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{L_1}{2} + L_2 \cos 2(\theta_r - \pi) = M_{BC} & M_{Se} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & M_{Ss} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & -M_{St} \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\
 -\frac{L_1}{2} + L_2 \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) & -\frac{L_1}{2} + L_2 \cos 2(\theta_r - \pi) = M_{BC} & L_\ell + L_1 + L_2 \cos\left(2\theta_r - \frac{4\pi}{3}\right) & M_{Se} \cos\left(\theta_r - \frac{4\pi}{3}\right) & M_{Ss} \cos\left(\theta_r - \frac{4\pi}{3}\right) & -M_{St} \sin\left(\theta_r - \frac{4\pi}{3}\right) \\
 M_{Se} \cos \theta_r & M_{Se} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & M_{Se} \cos\left(\theta_r - \frac{4\pi}{3}\right) & L_e & M_{es} & 0 \\
 M_{Ss} \cos \theta_r & M_{Ss} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & M_{Ss} \cos\left(\theta_r - \frac{4\pi}{3}\right) & M_{se} & L_s & 0 \\
 -M_{St} \sin \theta_r & -M_{St} \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & -M_{St} \sin\left(\theta_r - \frac{4\pi}{3}\right) & 0 & 0 & L_t
 \end{bmatrix}$$

Una semplificazione si ottiene con una trasformazione nel sistema di riferimento rotante d,q, attraverso le corrispondenti matrici

## Matrice di trasformazione per equazioni elettriche sul sistema di riferimento rotante

### Avvolgimenti di statore.

Si utilizza la matrice di trasformazione  $\mathbf{C}$  già definita, in cui:

$$\theta_r = \omega_r t - \delta$$

### Avvolgimenti di rotore.

Gli avvolgimenti di rotore (eccitazione e smorzatori) non richiedono trasformazioni. Per generalità si può definire una matrice di trasformazione  $\mathbf{I}$

### Matrice di trasformazione complessiva dei 6 avvolgimenti

$$[\mathbf{C}_T] = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \vdots & \mathbf{0} \\ \dots & \vdots & \dots \\ \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

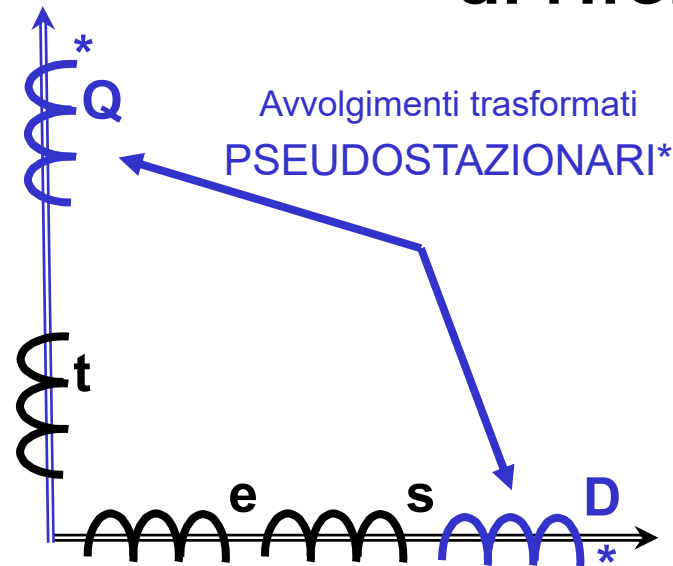
## Espressione delle induttanze nel sistema di riferimento trasformato

$$\left[ L_{DQ\Gamma est} \right] = \left[ C_T \right] \left[ L_{ABCest} \right] \left[ C_T \right]^T$$

$$\left[ L_{DQ\Gamma est} \right] = \begin{bmatrix} L_\ell + \frac{3}{2}(L_1 + L_2) & 0 & 0 & \vdots & \frac{\sqrt{3}}{2}M_{Se} & \frac{\sqrt{3}}{2}M_{Ss} & 0 \\ 0 & L_\ell + \frac{3}{2}(L_1 - L_2) & 0 & \vdots & 0 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}M_{St} \\ 0 & 0 & L_\ell & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\sqrt{3}}{2}M_{Se} & 0 & 0 & \vdots & L_e & M_{es} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2}M_{Ss} & 0 & 0 & \vdots & M_{es} & L_s & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}M_{St} & 0 & \vdots & 0 & 0 & L_t \end{bmatrix}$$



# Trasformazione della macchina su un unico sistema di riferimento fisso



- Si sceglie come sistema di riferimento (SdR) quello solidale con il rotore, quindi in rotazione a velocità fissa legata alla frequenza di alimentazione
- Gli avvolgimenti di statore sono trasformati sul nuovo SdR come avvolgimenti in quadratura e **le grandezze elettriche passano da alternate a continue.**
- Gli avvolgimenti di rotore non modificano le proprie caratteristiche di frequenza (la corrente di eccitazione rimane continua)

**D, Q** - Avvolgimenti in quadratura, pseudostazionari, trasformati, corrispondenti agli avvolgimenti A, B, C di statore

[Il contributo dell'avvolgimento  $\Gamma$  in quadratura si può trascurare in quanto sede di correnti per definizione nulle]

**e** - Avvolgimento monofase di eccitazione sul rotore

**s,t** - Avvolgimenti smorzatori, trasformati rispetto agli smorzatori reali disposti a gabbia in quadratura

## Equazioni elettriche della macchina nel sistema trasformato (5° ordine)

$$\begin{bmatrix} v_D \\ v_Q \\ \dots \\ v_e \\ v_s \\ v_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_Q & | & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & | & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & | & R_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & | & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & | & 0 & 0 & R_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ \dots \\ i_e \\ i_s \\ i_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_D & 0 & | & M_{De} & M_{Ds} & 0 \\ 0 & L_Q & | & 0 & 0 & M_{Qt} \\ \dots & \dots & | & \dots & \dots & \dots \\ M_{De} & 0 & | & L_e & M_{es} & 0 \\ M_{Ds} & 0 & | & M_{es} & L_s & 0 \\ 0 & M_{Qt} & | & 0 & 0 & L_t \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ \dots \\ i_e \\ i_s \\ i_t \end{bmatrix} + \omega_r \begin{bmatrix} 0 & -L_Q & | & 0 & 0 & -M_{Qt} \\ L_D & 0 & | & M_{De} & M_{Ds} & 0 \\ \dots & \dots & | & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ L \\ i_e \\ i_s \\ i_t \end{bmatrix}$$

### Equazione della coppia

$$\begin{aligned}
 C_e &= (pp) \begin{bmatrix} i_D & i_Q & | & i_e & i_s & i_t \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & -L_Q & | & 0 & 0 & -M_{Qt} \\ L_D & 0 & | & M_{De} & M_{Ds} & 0 \\ \dots & \dots & | & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ \dots \\ i_e \\ i_s \\ i_t \end{bmatrix} = \\
 &= (pp) \left[ (L_D - L_Q) i_D i_Q + M_{De} i_e i_Q + M_{Ds} i_s i_Q - M_{Qt} i_t i_D \right]
 \end{aligned}$$

### Equazione meccanica

$$Jp\omega_m = C_e - C_r \qquad \omega_m = (pp)\omega_r$$

$$\begin{bmatrix} v_D \\ v_Q \\ \dots \\ v_e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + L_D p & -\omega_r L_Q & | & M_{De} p & M_{Ds} p & -\omega_r M_{Qt} \\ \omega_r L_D & R_Q + L_Q p & | & \omega_r M_{De} & \omega_r M_{Ds} & M_{Qt} p \\ \dots & \dots & | & \dots & \dots & \dots \\ M_{De} p & 0 & | & R_e + L_e p & 0 & 0 \\ M_{Ds} p & 0 & | & 0 & R_s + L_s p & 0 \\ 0 & M_{Qt} p & | & 0 & 0 & R_t + L_t p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ \dots \\ i_e \\ i_s \\ i_t \end{bmatrix}$$

### Equazioni elettriche della macchina sincrona a regime

- A regime l'operatore  $p=d/dt$  si annulla, perché nel sistema di riferimento scelto le correnti risultano costanti.
- A regime inoltre le correnti  $i_s$  e  $i_t$  risultano nulle e si annullano quindi le equazioni relative; il sistema si riduce al 3° ordine e si semplifica come segue:

$$\begin{bmatrix} v_D \\ v_Q \\ v_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D & -\omega_r L_Q & 0 \\ \omega_r L_D & R_Q & \omega_r M_{De} \\ 0 & 0 & R_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ i_e \end{bmatrix}$$

## Equazioni meccaniche della macchina sincrona a regime

$$Jp\omega_m = C_e - C_r \quad \mathcal{P} \quad C_e = C_r$$

$$\omega_m = \frac{\omega_r}{(pp)} \quad \text{velocità di sincronismo}$$

## Equazione della coppia a regime

$$C_e = (pp) \left[ (L_D - L_Q) i_D i_Q + M_{De} i_e i_q \right]$$

- Le correnti negli smorzatori non contribuiscono alla coppia a regime

## Equazioni elettriche in forma sintetica

$$\begin{cases} v_D = Ri_D - \omega_r L_Q i_Q & = Ri_D - X_Q i_Q \\ v_Q = Ri_Q + \omega_r L_D i_D + \omega M_{De} i_e & = Ri_Q + X_D i_D + \omega_r M_{De} i_e \\ v_e = R_e i_e \end{cases}$$

## Equazioni della macchina sincrona in funzione dei flussi concatenati

$$\psi_D = L_D i_D + M_{De} i_e + M_{Ds} i_s$$

$$\psi_Q = L_Q i_Q + M_{Qt} i_t$$

$$\psi_e = L_e i_e + M_{De} i_D + M_{es} i_s$$

$$\psi_s = L_s i_s + M_{Ds} i_D + M_{es} i_e$$

$$\psi_t = L_t i_t + M_{Qt} i_Q$$

$$v_D = R_D i_D + p\psi_D - \omega_r \psi_Q$$

$$v_Q = R_Q i_Q + p\psi_Q + \omega_r \psi_D$$

$$v_e = R_e i_e + p\psi_e$$

$$v_s = R_s i_s + p\psi_s$$

$$v_t = R_t i_t + p\psi_t$$

## Equazioni della coppia in funzione dei flussi concatenati

$$C_e = (pp) \begin{bmatrix} i_D & i_Q & i_e & i_s & i_t \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\psi_Q \\ \psi_D \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = (pp) \begin{bmatrix} -\psi_Q i_D + \psi_D i_Q \end{bmatrix} = (pp) \begin{bmatrix} \psi_D i_Q - \psi_Q i_D \end{bmatrix}$$

La coppia viene qui vista come dovuta all'interazione delle componenti dei campi magnetici in quadratura

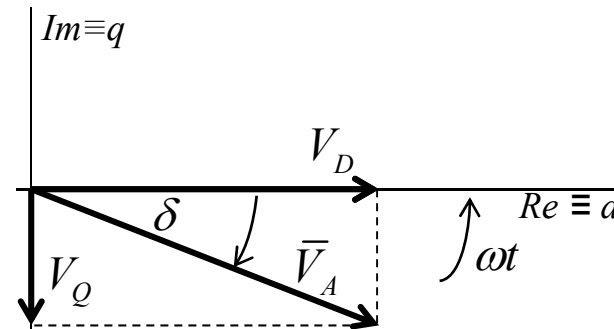
## Equazioni della macchina nel sistema di riferimento naturale

Le grandezze elettriche tensione (e corrente) nel riferimento naturale costituiscono un sistema trifase PAS e possono quindi essere rappresentate dal relativo fasore.

Nell'ipotesi di simmetria dell'alimentazione si considera qui la sola fase A

$$\mathbf{v}_A(t) = \sqrt{2} |\bar{V}_A| \cos(\omega t - \delta)$$

$$\mathbf{v}_A(t) = \sqrt{2} \left( |V_D| \cos \omega t - |V_Q| \sin \omega t \right)$$



Se  $\delta = 0$  l'asse dell'avvolgimento A coincide con quello dell'avvolgimento di eccitazione (corrispondente anche al percorso di minima riluttanza in caso di anisotropia) e l'asse **d** coincide con l'asse reale del piano complesso.

## Equazioni della macchina nel sistema di riferimento naturale

D'altra parte la tensione  $\mathbf{v}_A$  può anche essere calcolata dalla trasformazione inversa dal sistema rotante a quello fisso attraverso  $\mathbf{C}^T$ :

$$[\mathbf{v}_{ABC}] = [\mathbf{C}_T]^T [\mathbf{v}_{DQ\Gamma}]$$

Da cui:

$$v_A(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} (v_D \cos \omega_r t - v_Q \sin \omega_r t)$$

Dal confronto con la precedente risulta:

$$V_D = \frac{v_D}{\sqrt{3}}; \quad V_Q = \frac{v_Q}{\sqrt{3}}$$



Il fasore della tensione di fase A può quindi essere definito da due componenti secondo gli assi D e Q; gli stessi utilizzati in precedenza per definire la trasformazione su un sistema rotante alla velocità di rotore:

$$\bar{V}_A = V_D + jV_Q \quad \text{e dalle equazioni della macchina nel sistema trasformato :}$$

$$\bar{V}_A = \frac{v_D}{\sqrt{3}} + j \frac{v_Q}{\sqrt{3}} = \left( R \frac{i_D}{\sqrt{3}} - X_Q \frac{i_Q}{\sqrt{3}} \right) + j \left( R \frac{i_Q}{\sqrt{3}} + X_D \frac{i_D}{\sqrt{3}} + \omega_r \frac{M_{De} i_e}{\sqrt{3}} \right)$$

Se si definiscono analogamente le componenti del fasore corrente della fase A:

$$I_D = \frac{i_D}{\sqrt{3}}; \quad I_Q = \frac{i_Q}{\sqrt{3}}$$

Risulta infine:

$$\bar{V}_A = V_D + jV_Q = \left( R I_D - X_Q I_Q \right) + j \left( R I_Q + X_D I_D + |\bar{E}| \right)$$

in cui  $|\bar{E}|$  rappresenta la forza elettromotrice indotta dal rotore sullo statore (anch'essa un fasore data la linearità del sistema)

$$E = \frac{\omega_r M_{De} i_E}{\sqrt{3}}$$

Si tratta anche in questo caso di una grandezza riferita alla fase A.

Essa dipende in modo lineare dalla velocità del rotore e dall'ampiezza della corrente di eccitazione. In quest'ultimo caso la dipendenza è lineare se si suppone di trascurare fenomeni di saturazione.

Si noti che:

$$\text{per } I_D = 0; \quad I_Q = 0$$

$$\bar{V}_A = \bar{E} = jE$$

Quindi se le correnti di statore (armatura) sono nulle, ovvero la macchina funziona a vuoto, la tensione E indotta coincide con la tensione che si può misurare ai morsetti di armatura.

Se invece le correnti sono diverse da zero e quindi la macchina funziona con un carico, sia da motore o da generatore la tensione ai morsetti  $\bar{V}_A$  e la fem  $|\bar{E}|$  non coincidono e sono disposte nello spazio complesso secondo una relazione vettoriale descritta dal **Diagramma vettoriale della macchina sincrona** che costituisce un possibile modello del funzionamento a regime della macchina sincrona.

## Funzionamento della macchina sincrona isolata oppure in rete

**Nel funzionamento da generatore (alternatore)** nella macchina sincrona viene indotta tensione ai morsetti dell'armatura, grazie a cui la macchina può:

- alimentare direttamente un carico che richieda una tensione di alimentazione pari a quella generata (es. un motore, un impianto elettrico, ecc.). **La macchina è isolata** e non vi sono particolari vincoli sulla tensione o frequenza prodotte, che dipendono dai parametri di alimentazione della macchina stessa (velocità del motore primo, intensità della corrente di eccitazione);
- trasmettere la potenza generata alla rete di potenza infinita alla quale è collegata in parallelo attraverso un opportuno quadro elettrico. **La macchina è in rete** e in questo caso tensione e frequenza generate sono rigorosamente vincolate a quelle di rete; pertanto la tensione ai morsetti di armatura si deve considerare costante e pari a quella di rete, così come la velocità meccanica è fissa e corrispondente alla frequenza di sincronismo della rete.

**Nel funzionamento da motore** la macchina sincrona si deve considerare come vincolata ai parametri elettrici della rete (tensione e frequenza; più raramente l'alimentazione è fornita da convertitori a frequenza variabile); si può tuttavia agire su di essa modificando la **corrente di eccitazione  $i_e$** .

## Diagramma vettoriale del sincrono: significato delle componenti D/Q

Si consideri la **macchina collegata alla rete di potenza infinita** (tensione di armatura e frequenza costanti)

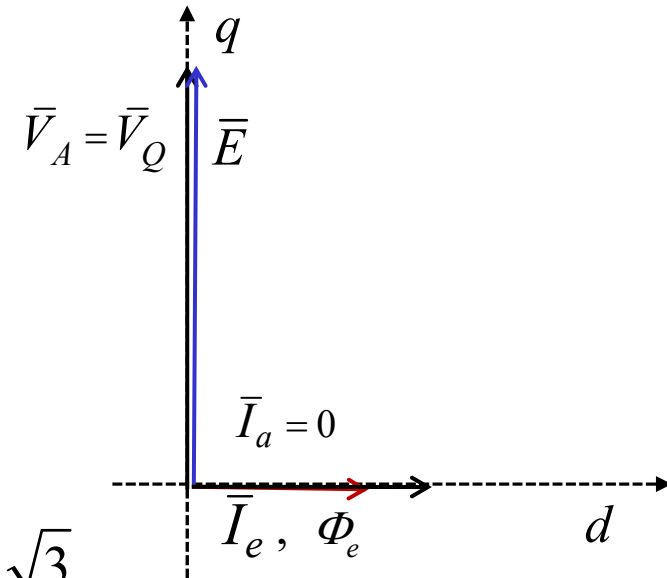
Si consideri la **macchina funzionante a vuoto**: i morsetti dell'armatura sono in parallelo con quelli del quadro di rete, ma non vi è scambio di corrente. La macchina non scambia potenza con la rete (non funziona né da motore né da generatore). Vale la relazione vista per il funzionamento a vuoto:

$$\bar{V}_A = \bar{E} = jE$$

$$\begin{cases} V_D = 0 \\ V_Q = E = \frac{\omega_r M_{De} i_E}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

Vale pertanto:

$$V_A = V_Q = \frac{\omega_r M_{De} I_e}{\sqrt{3}} \quad \text{con} \quad I_e = I_{en} = \frac{V_A \sqrt{3}}{\omega_r M_{De}}$$



In cui  $I_{en}$  è il particolare valore di  $I_e$  che garantisce la corrispondenza fra i valori efficaci della tensione indotta ai morsetti e la tensione di rete (*corrente di eccitazione nominale*).

## Il significato della componente $I_D$

Se, a partire dalla situazione precedente, si modifica la corrente di eccitazione, ne discende una variazione di  $E$  e di conseguenza, a parità di  $V_A$ , il parallelo con la rete si mantiene solo se si sviluppa una corrente che compensi la differenza di potenziale. Per semplicità nel seguito si trascura la componente resistiva.

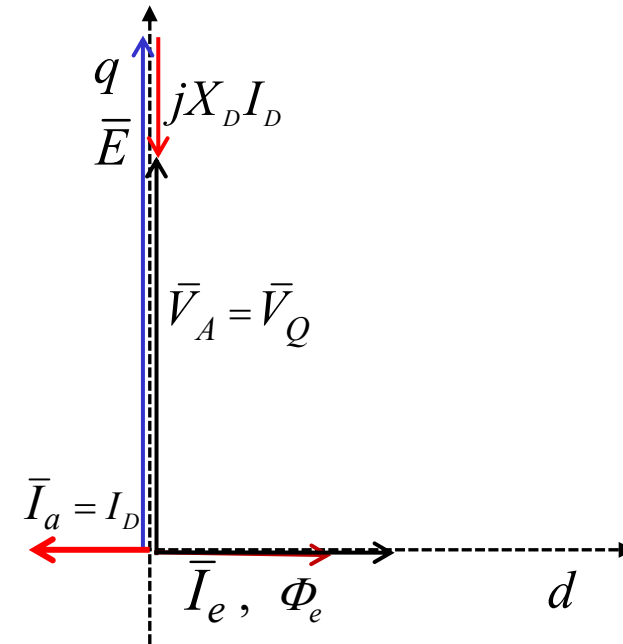
### Aumento la corrente di eccitazione

$$I_e > I_{en} \quad \Rightarrow \quad E > V_Q$$

$$V_Q = \text{cost} = E + X_D I_D$$

$$I_D < 0$$

La componente  $I_D$  ha in questo caso un **effetto smagnetizzante**, cioè si oppone all'aumento del flusso prodotto dall'aumento di  $I_e$



## Il significato della componente ID

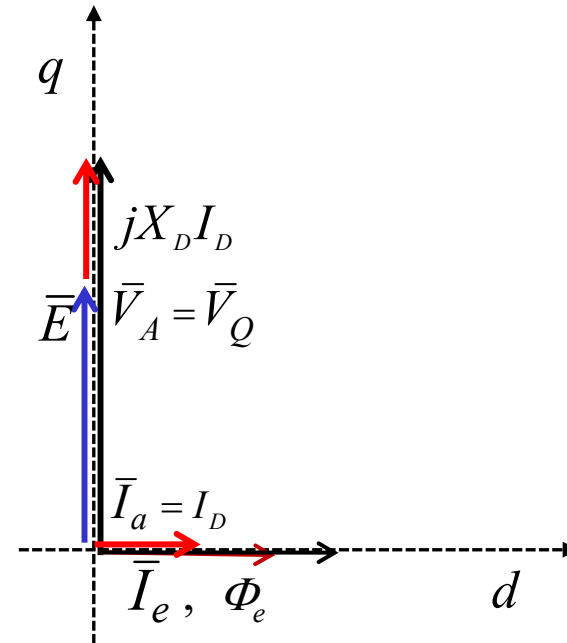
Diminuisco la corrente di eccitazione

$$I_e < I_{en} \quad \Rightarrow \quad E < V_Q$$

$$V_Q = \text{cost} = E + X_D I_D$$

$$I_D > 0$$

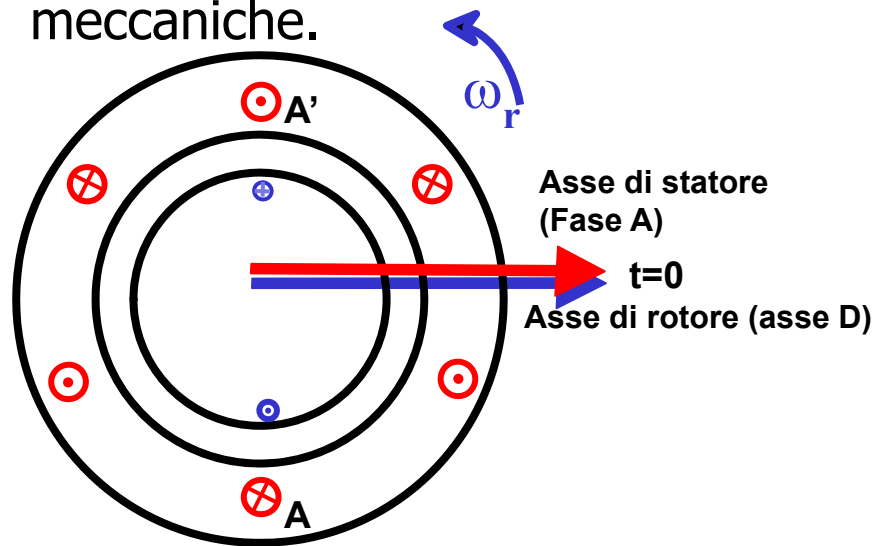
La componente  $I_D$  ha in questo caso un **effetto magnetizzante**, cioè si oppone alla riduzione del flusso prodotto dalla diminuzione di  $I_e$



La presenza di corrente sull'armatura, e in particolare della sua componente  $I_D$ , modifica il livello di magnetizzazione della macchina. Questo fenomeno prende il nome di **REAZIONE DI ARMATURA** e rende il comportamento della macchina e dei suoi parametri sensibile alle diverse condizioni di carico.

# Modello della macchina sincrona a regime

Il modello della macchina sincrona a regime comprende l'equazione elettrica di rotore (in c.c.) e le equazioni del circuito trifase di statore (armatura), ridotto nei casi di costruzione isotropa e alimentazione simmetrica a una singola equazione di fase. Valgono inoltre le equazioni meccaniche.



Equazione del circuito di eccitazione:  
tensioni e correnti continue a regime

$$V_e = R_e I_e$$

Equazione del circuito di armatura:  
tensioni e correnti alternate della fase A

$$\bar{V}_A = R_A \bar{I}_A + jX_s \bar{I}_A + \bar{E}$$

$E$  forza elettromotrice indotta sullo  
statore dal flusso di rotore:

$$E = \frac{\omega \Phi_{De}}{\sqrt{3}} = \frac{\omega M_{De} I_e}{\sqrt{3}}$$

Equazione meccanica (velocità di sincronismo):

$$\omega_m = \omega_r / (pp)$$

# Macchina sincrona a regime

## Circuito equivalente, diagramma vettoriale

Macchina isotropa:  $X_D = X_Q = X_s$  reattanza sincrona

$$\bar{V}_A = V_D + jV_Q = (RI_D - X_s I_Q) + j(RI_Q + X_s I_D + |\bar{E}|)$$

$$\bar{V}_A = R_A \bar{I}_A + jX_s \bar{I}_A + \bar{E}$$

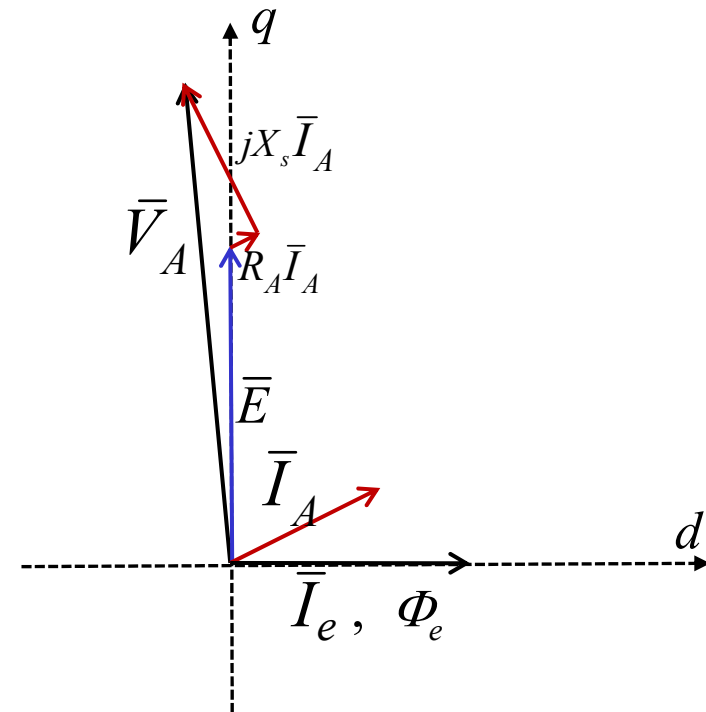
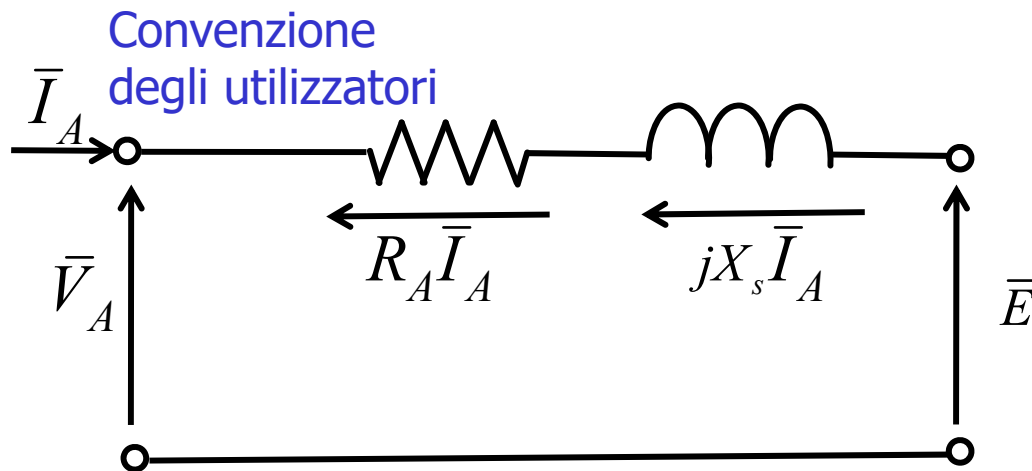


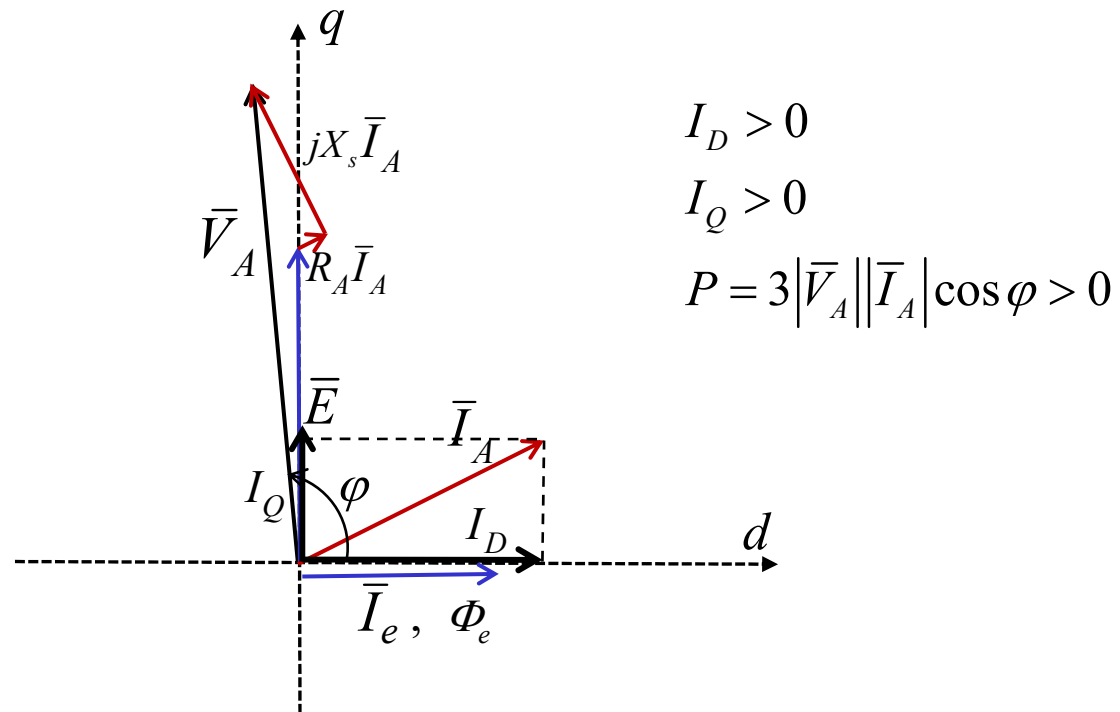
Diagramma vettoriale di Behn-Eshemburg, valido per le macchine isotrope



# Macchina sincrona a regime

## Circuito equivalente, diagramma vettoriale

Motore in sottoeccitazione



## Macchina sincrona a regime La coppia in funzione di $I_D$ e $I_Q$

$$C_e = (pp) 3 \left[ (L_D - L_Q) I_D I_Q + \frac{M_{De} i_e I_Q}{\sqrt{3}} \right]$$

Coppia di anisotropia

Coppia cilindrica

**La coppia cilindrica è il termine prevalente**

Fissato il valore e il segno di  $i_e$ , il segno della coppia dipende da  $I_Q$

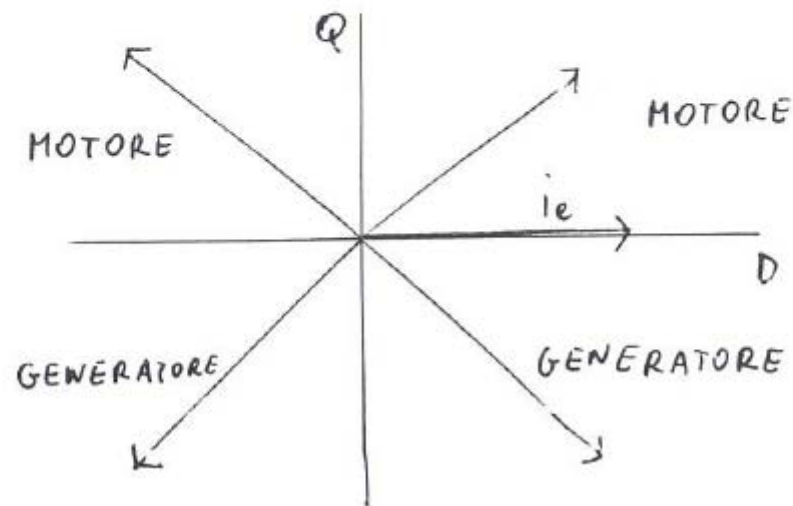
# Macchina sincrona a regime

## La coppia in funzione di $I_D$ e $I_Q$

SE  $i_e > 0$

$I_Q > 0 \dots C_e > 0$  MOTORE

$I_Q < 0 \dots C_e < 0$  GENERATORE

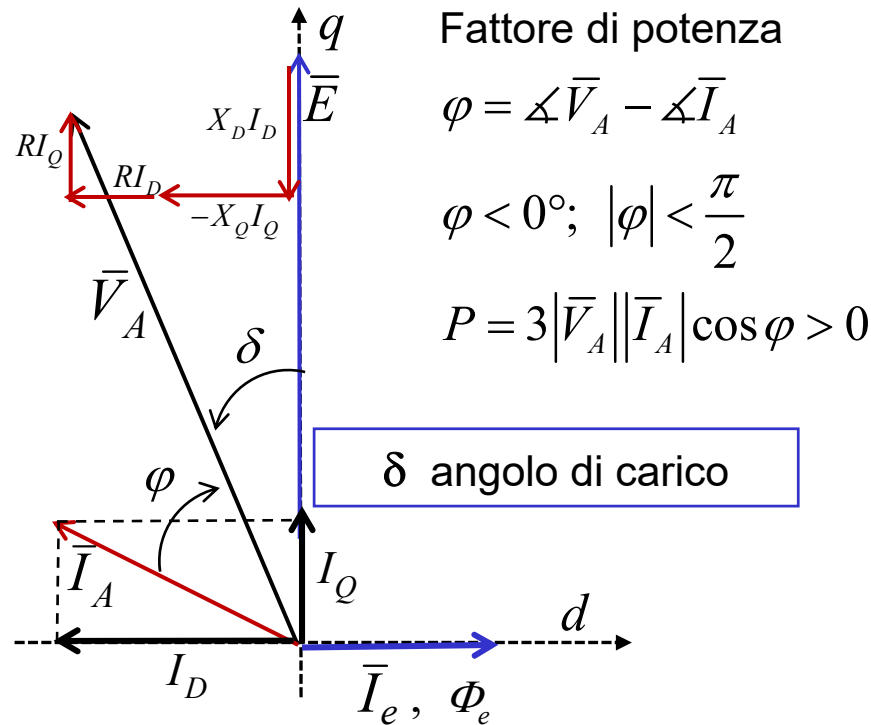


# Macchina sincrona a regime

## Macchina anisotropa: diagramma vettoriale

$$\bar{V}_A = V_D + jV_Q = (RI_D - X_Q I_Q) + j(RI_Q + X_D I_D + |\bar{E}|)$$

### Motore in sovraeccitazione



# Macchina sincrona a regime

## Macchina anisotropa: diagramma vettoriale

### Motore in sovraeccitazione

**Potenza attiva**  $P = 3|\bar{V}_A||\bar{I}_A|\cos\varphi > 0$  **MOTORE**

**Potenza reattiva**  $Q = 3|\bar{V}_A||\bar{I}_A|\sin\varphi < 0$  **EROGA POTENZA REATTIVA (INDUTTIVA)**

### CASO LIMITE: Motore a vuoto meccanico

$$I_Q = 0 > \varphi \cong -\frac{\pi}{2}; \quad C_e = 0; \quad Q = -3|\bar{V}_A||\bar{I}_A|$$

### COMPENSATORE SINCRONO

La macchina sincrona quindi può anche essere utilizzata per compensare l'eccesso di potenza reattiva in ritardo assorbita da un gruppo di carichi, pur continuando, come motore, a fornire la potenza attiva necessaria a trascinare un carico meccanico.

Se tuttavia la scelta di un motore sincrono non fosse adeguato per l'applicazione meccanica, questo ruolo di compensazione viene più frequentemente svolto da banchi di condensatori o da compensatori statici.

# Macchina sincrona a regime

## Macchina anisotropa: diagramma vettoriale

$$\bar{V}_A = V_D + jV_Q = (RI_D - X_Q I_Q) + j(RI_Q + X_D I_D + |\bar{E}|)$$

### Generatore in sottoeccitazione

$$\varphi = \angle \bar{V}_A - \angle \bar{I}_A$$

$$\varphi > 0^\circ; |\varphi| > \frac{\pi}{2}$$

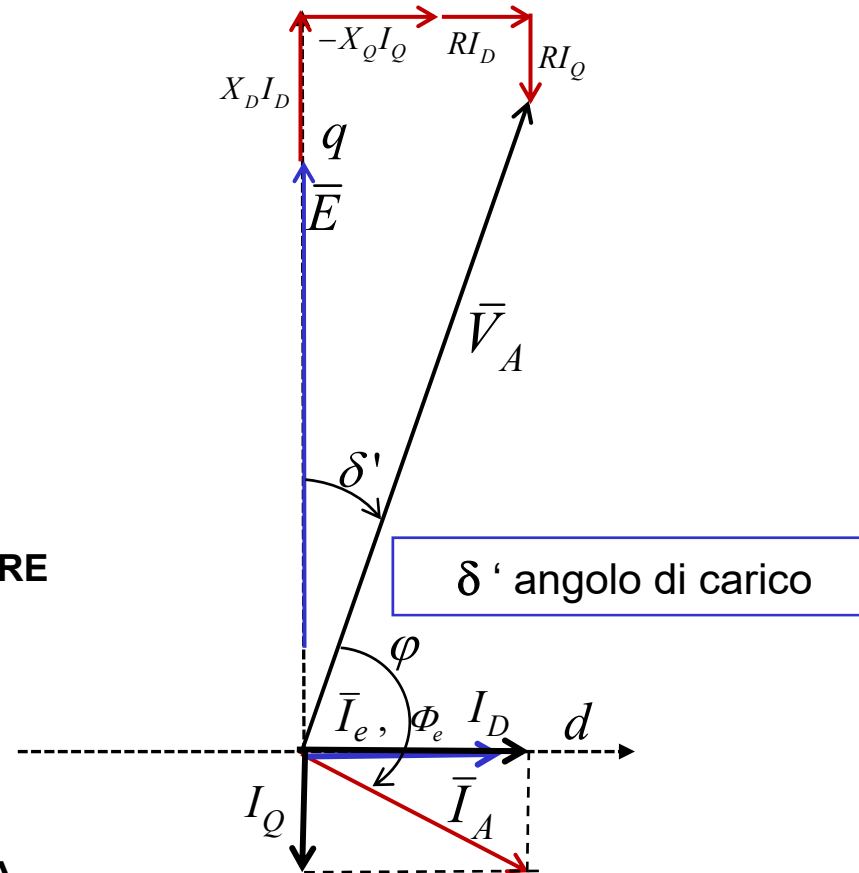
### Potenza attiva

$$P = 3|\bar{V}_A||\bar{I}_A|\cos\varphi < 0 \quad \text{GENERATORE}$$

### Potenza reattiva

$$Q = 3|\bar{V}_A||\bar{I}_A|\sin\varphi > 0$$

**ASSORBE POTENZA  
REATTIVA (INDUTTIVA)**



## Macchina sincrona a regime

### Macchina anisotropa: costruzione delle due reattanze

Per la costruzione del diagramma vettoriale di norma non è misurabile direttamente  $E$ .

Si possono invece misurare  $V_A$  e  $I_A$ .

Inoltre si possono misurare o conoscere (dal progetto) i parametri  $(R, X)$ .

Per la costruzione del diagramma si devono però conoscere le direzioni  $D$  e  $Q$ .

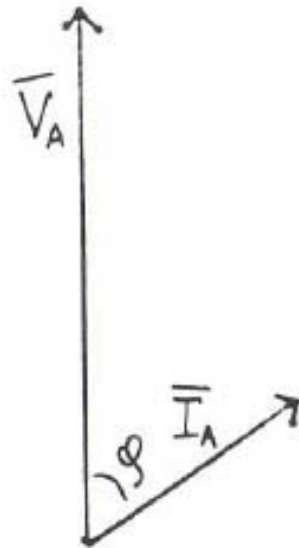
A questo scopo si può utilizzare la seguente costruzione grafica.

$$\begin{aligned}\bar{V}_A &= (RI_D - X_Q I_Q) + j(RI_Q + X_D I_D + E) = \\ &= R(I_D + jI_Q) + jX_Q(I_D + jI_Q) + j(X_D - X_Q)I_D + jE = \\ &= R\bar{I}_A + jX_Q\bar{I}_A + j(X_D - X_Q)I_D + jE\end{aligned}$$

# Macchina sincrona a regime

## Macchina anisotropa: costruzione delle due reattanze

1. Dispongo  $\bar{V}_A$  e  $\bar{I}_A$ .

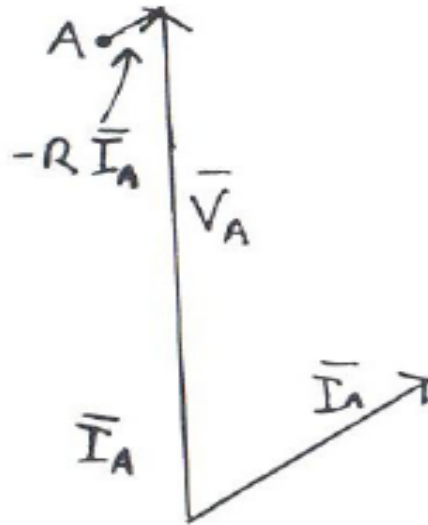




# Macchina sincrona a regime

## Macchina anisotropa: costruzione delle due reattanze

2. Traccio il segmento  $-R \bar{I}_A$ ; definisco così il punto A



# Macchina sincrona a regime

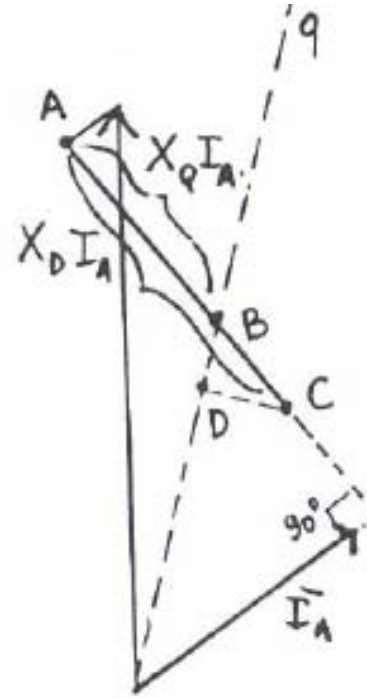
## Macchina anisotropa: costruzione delle due reattanze

3. A partire a A traccio la direzione normale a  $I_A$  e individuo i segmenti AB e AC.

$$\overline{AB} = X_Q |I_A|$$

$$\overline{AC} = X_D |I_A|$$

La retta passante per l'origine e per il punto B è la direzione q

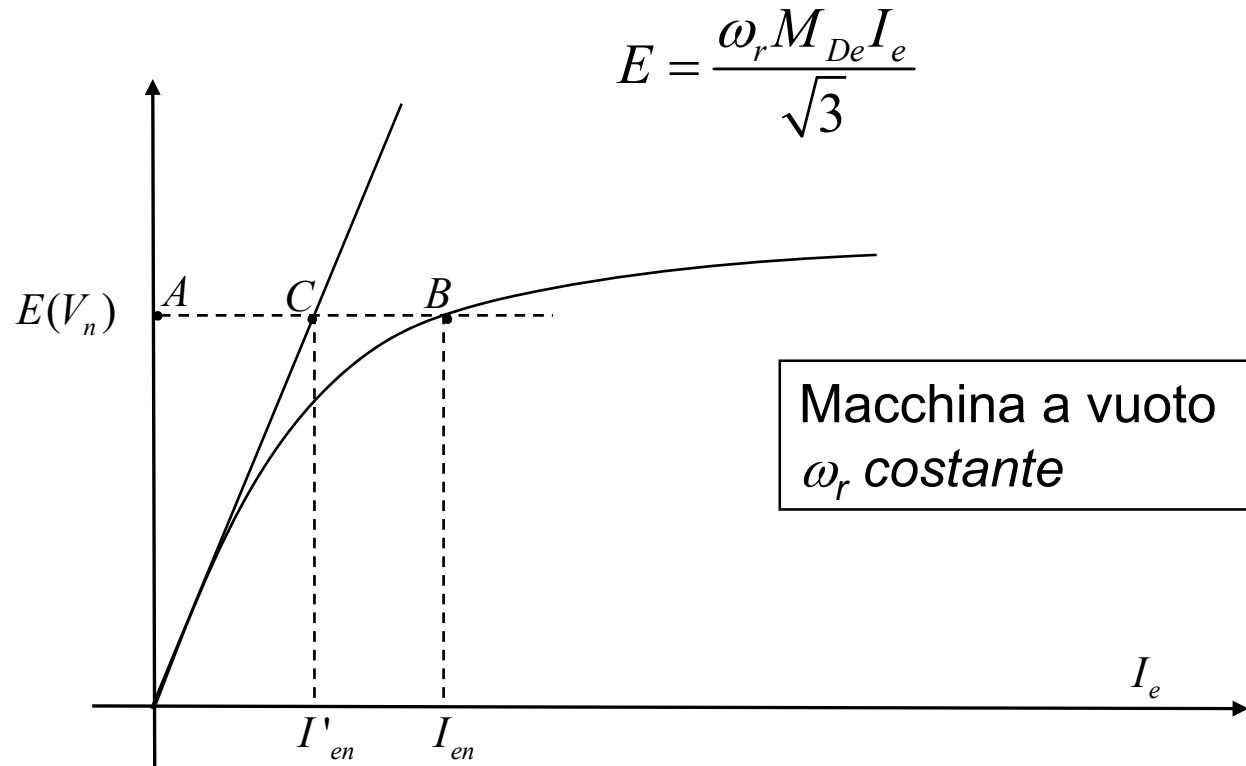




# Saturazione nella macchina sincrona

## Caratteristica a vuoto o di magnetizzazione

Definisce la **relazione fra la corrente di eccitazione  $I_e$  e la f.e.m. indotta** (tensione a vuoto ai morsetti), **a velocità meccanica costante**. Questa è caratterizzata dalla saturazione a causa delle proprietà del nucleo magnetico



$I_{en}$  corrente di eccitazione nominale (in presenza di saturazione)

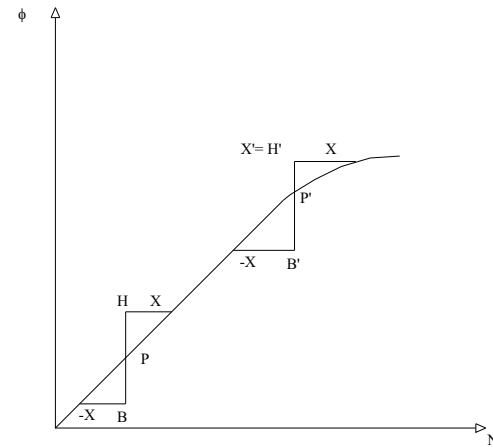
$I'_{en}$  corrente di eccitazione nominale (in assenza di saturazione)

# Saturazione nella macchina sincrona

## Effetti della saturazione

Poiché la macchina opera nei pressi (ginocchio) della zona di saturazione, l'effetto risultante è una **riduzione complessiva del flusso magnetico** rispetto al caso di funzionamento in zona lineare.

**Distribuzione asimmetrica del flusso** rispetto all'asse polare geometrico



$I_{en}$  corrente di eccitazione nominale (**in presenza di saturazione**)

$I'_{en}$  corrente di eccitazione nominale (**in assenza di saturazione**)

# Saturazione nella macchina sincrona

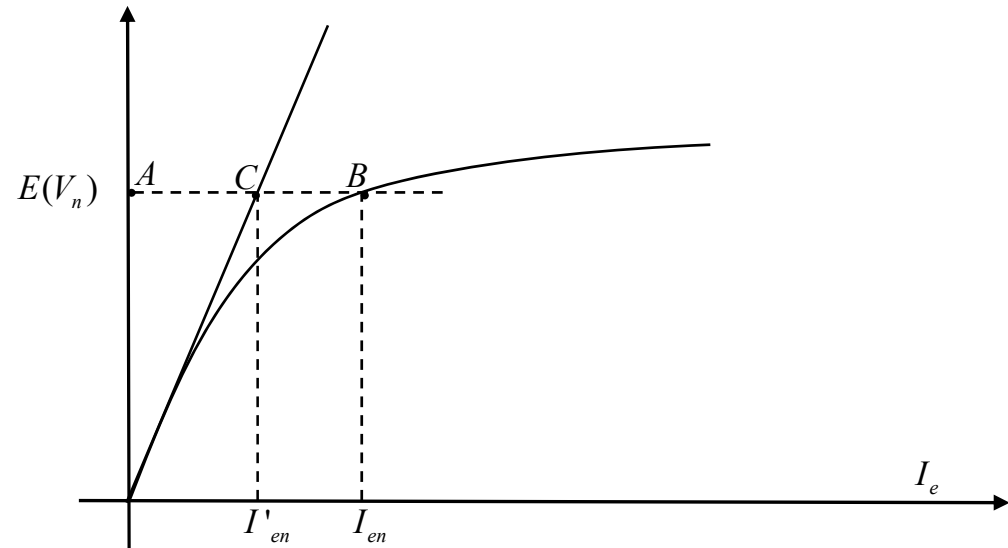
## Rapporto di saturazione

È un indice dell'effetto della saturazione:

$$R_{sat} = \frac{I_{en}}{I'_{en}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

### Valori tipici 1,2 – 1,3

Serve una corrente di eccitazione 20-30% superiore a quella richiesta nel caso lineare per ottenere lo stesso livello di flusso e tensione indotta nominale.



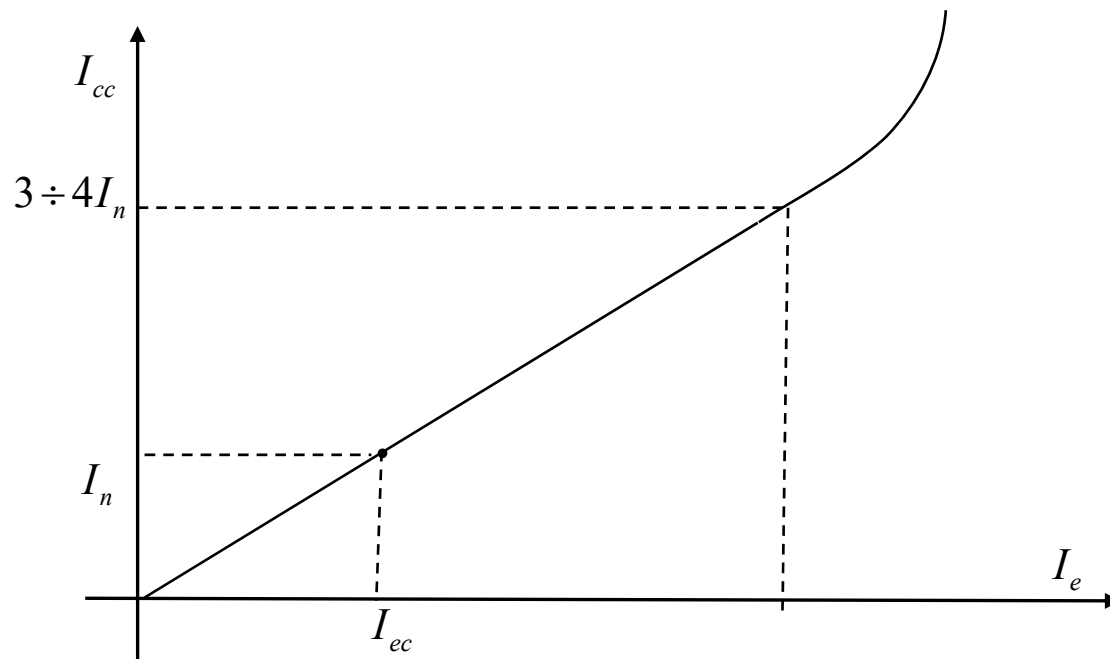
$I_{en}$  corrente di eccitazione nominale (in presenza di saturazione)

$I'_{en}$  corrente di eccitazione nominale (in assenza di saturazione)

# Saturazione nella macchina sincrona

## Caratteristica di corto-circuito

Definisce la **relazione fra la corrente di eccitazione  $I_e$  e la corrente circolante nella macchina in condizioni di corto circuito, a velocità meccanica costante**. Questa è caratterizzata dalla saturazione a causa delle proprietà del nucleo magnetico

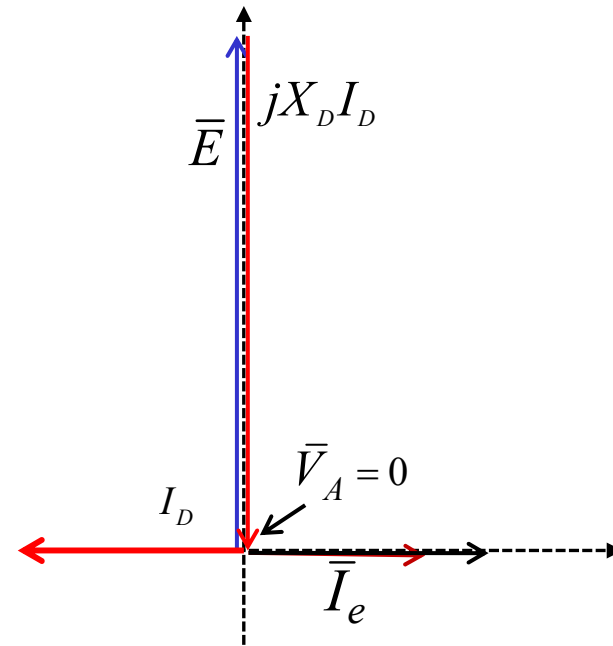


In queste condizioni il sistema si mantiene lineare fino a 3-4 volte la  $I_n$

# Saturazione nella macchina sincrona

## Caratteristica di corto-circuito

$$\begin{aligned} \bar{V}_A = 0 \\ \begin{cases} V_D = 0 \\ V_Q = 0 \end{cases} &\Rightarrow (R \cong 0) \Rightarrow \begin{cases} X_Q I_Q = 0 \\ X_D I_D + E = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} I_Q = 0 \\ X_D I_D = -E = -\frac{\omega M_{De} I_e}{\sqrt{3}} \end{cases} \end{aligned}$$



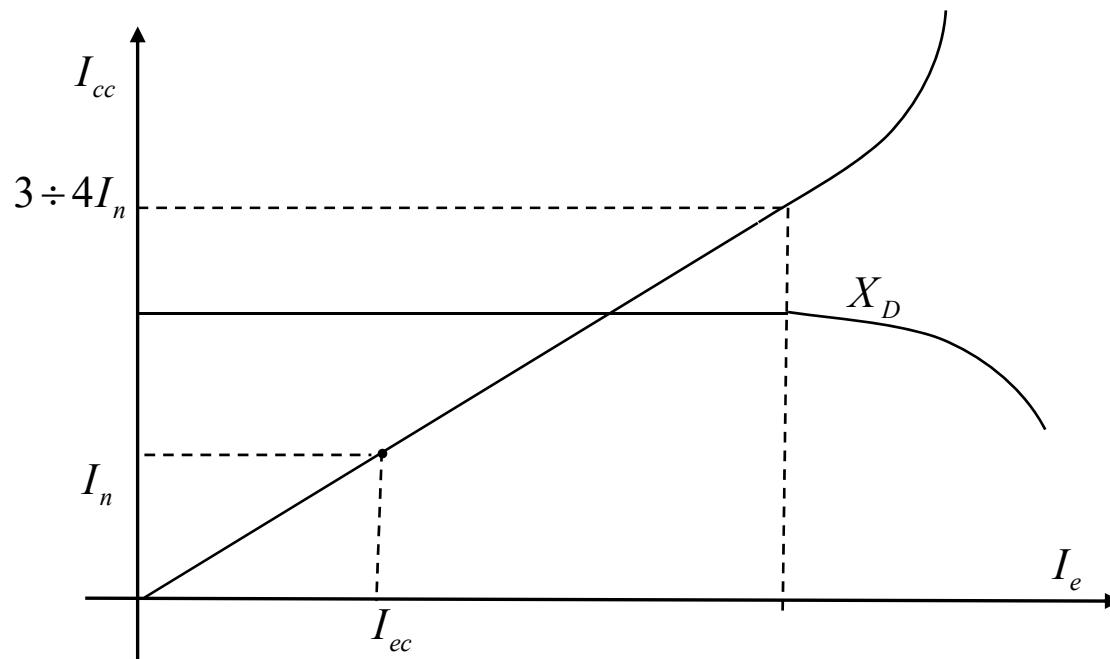
La corrente di corto circuito coincide con  $I_D$ , e ha effetto smagnetizzante. Il flusso risultante della macchina tende a valori minimi. La corrente ha un comportamento lineare



# Saturazione nella macchina sincrona

## Rapporto di corto-circuito

Si definisce  $X_D$  rapporto fra la f.e.m.  $E$  prodotta a vuoto dalla corrente di eccitazione e la corrente di corto circuito prodotta dalla stessa  $I_e$ .



In queste condizioni il sistema si mantiene lineare fino a 3-4 volte la  $I_n$

# Saturazione nella macchina sincrona

## Rapporto di cortocircuito

Si definisce Rapporto di corto circuito R:

$$R = \frac{I'_{en}}{I_{ec}} \quad \text{in cui:}$$

$$I'_{en} = \frac{V_n \sqrt{3}}{\omega_r M_{De}} \quad \text{è la corrente di eccitazione richiesta per generare ai morsetti la tensione nominale } V_n, \text{ nell'ipotesi di circuito lineare (senza saturazione)}$$

$$I_{ec} = \frac{X_D I_n \sqrt{3}}{\omega_r M_{De}} \quad \text{è la corrente di eccitazione richiesta per generare una corrente di corto circuito di ampiezza pari alla corrente nominale}$$

I valori di  $I'_{en}$  e  $I_{ec}$  si desumono rispettivamente dalla caratteristica di a vuoto e dalla caratteristica di corto circuito della macchina.

# Saturazione nella macchina sincrona

## Rapporto di cortocircuito

Risulta quindi

$$R = \frac{I'_{en}}{I_{ec}} = \frac{1}{X_D} \frac{V_n}{I_n}$$

Valori tipici:

macchine isotrope	<b>R=0,5÷1</b>
macchine anisotrope	<b>R=0,8÷1,6</b>

Il rapporto di cc può essere definito anche in relazione al valore relativo della reattanza:

$$X_D^r = \frac{X_D}{Z_n} = \frac{X_D}{V_n / I_n} = \frac{1}{R}$$

Per le macchine isotrope risulta quindi

$$X_D^r = X_S^r = \frac{1}{R} = 1 \div 2$$

Questo giustifica il fatto che in condizioni di corto circuito la corrente circolante a regime, determinata dal valore della impedenza relativa, è spesso dello stesso ordine di grandezza della corrente nominale.

# Saturazione nella macchina sincrona

## Caratteristiche esterne (Curve a V)

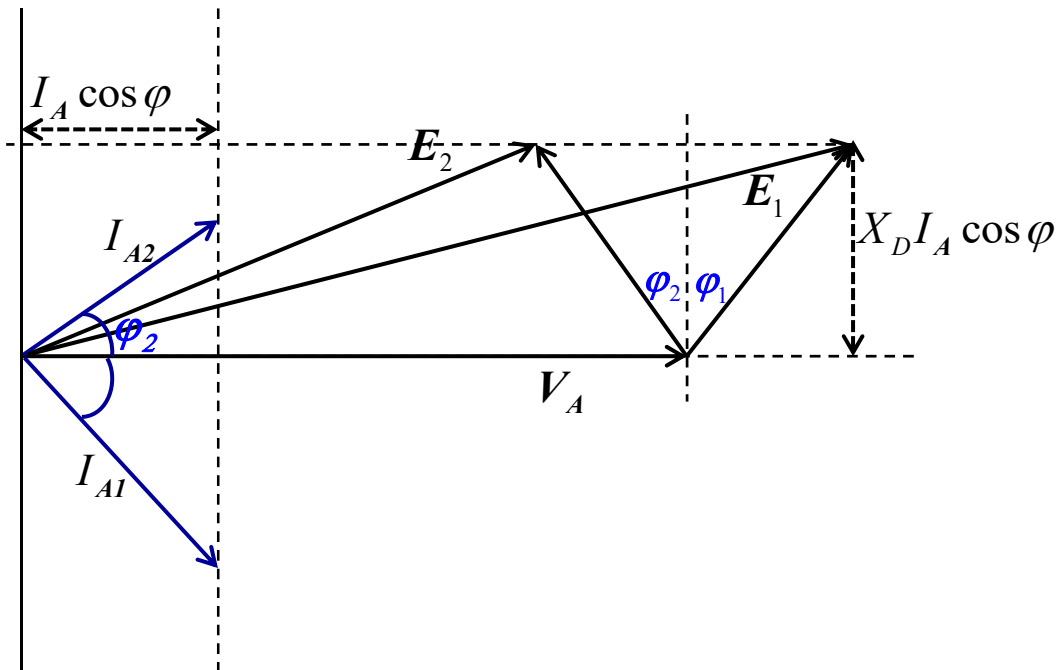
Definiscono la **relazione fra la corrente di eccitazione  $I_e$  e la corrente circolante nella macchina, nel funzionamento a carico**

-a **velocità meccanica costante**

-A **tensione costante**

-a **potenza attiva costante**

$$\begin{cases} V_A = \text{cost} \\ P = \text{cost} \end{cases} \Rightarrow 3V_A I_A \cos \varphi = \text{cost} \Rightarrow I_A \cos \varphi = \text{cost}$$

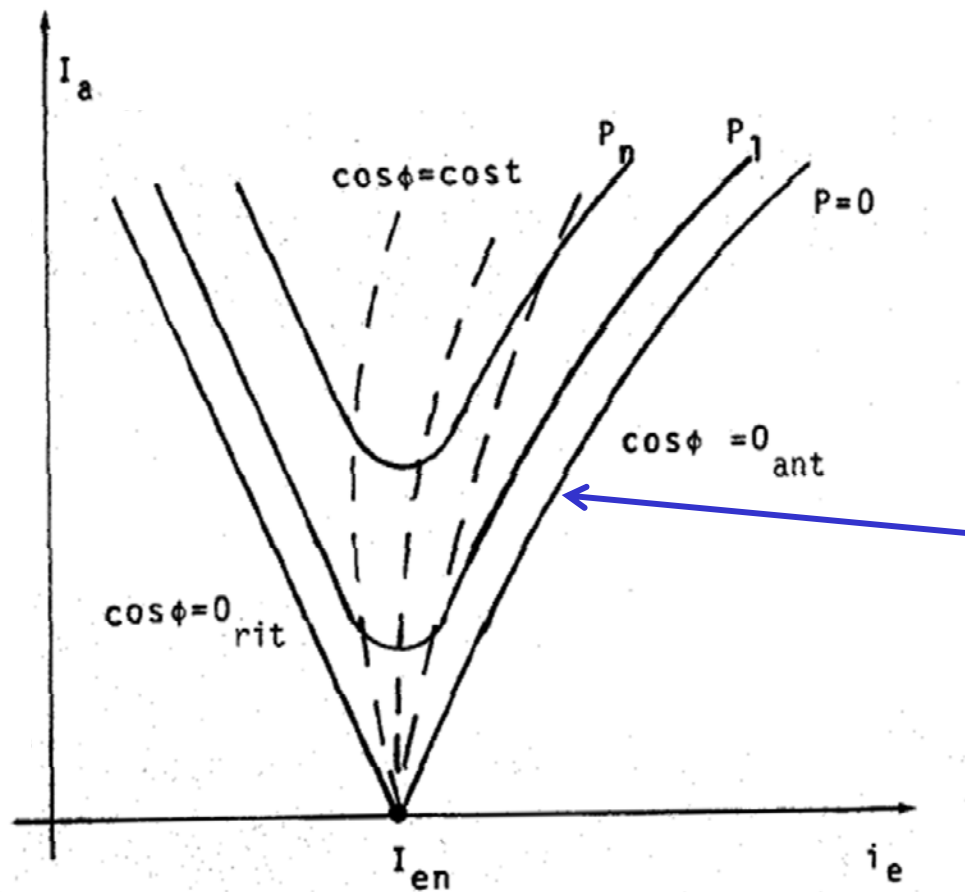


Se si fa variare  $E$  agendo sulla corrente  $I_e$ , il fasore della corrente  $I_A$  si sposta mantenendo il vertice sulla retta corrispondente alla distanza  $I_A \cos \varphi$ . Per valori crescenti di  $I_e$  (e quindi di  $E$ )  $I_A$  dapprima diminuisce con fase in anticipo rispetto a  $V_A$  ( $I_{A2}$ ), raggiunge un minimo e quindi aumenta di nuovo con fase in ritardo ( $I_{A1}$ ) disegnando nel grafico  $I_A - I_e$  una cosiddetta Curva a V.

# Saturazione nella macchina sincrona

## Caratteristiche esterne (Curve a V)

Il caso  $P=0$  (Potenza attiva nulla)



$$V_A I_A \cos \varphi = 0 \Rightarrow \cos \varphi = 0$$

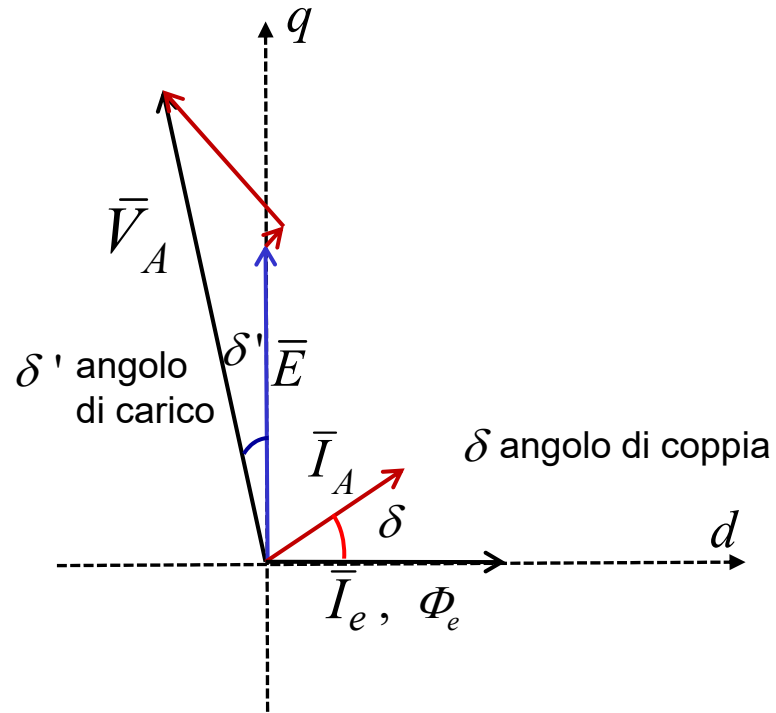
$$I_Q = 0$$

$$X_D I_D + E = V$$

$$X_D I_D + \frac{\omega_r M_{De} I_e}{\sqrt{3}} = V$$

Equazione della curva a V per  $P=0$

# Potenza e coppia nella macchina sincrona



La potenza nelle macchine sincrone è tradizionalmente definita dall'**angolo di carico**, sfasamento fra tensione di armatura e  $E$ .

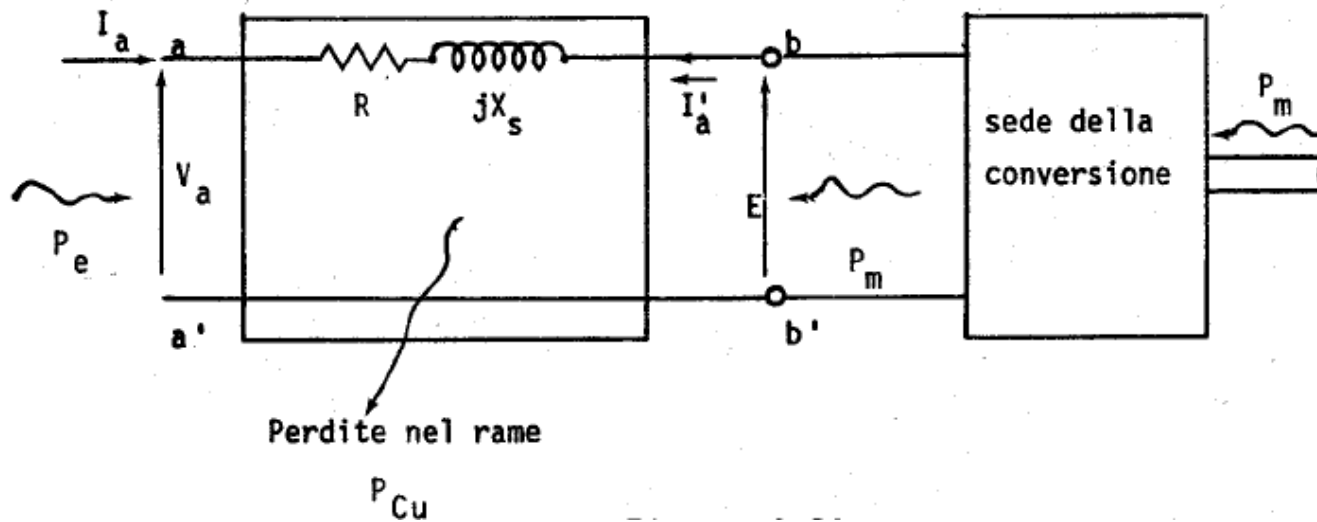
In alternativa si può scrivere un'espressione analoga utilizzando l'**angolo di coppia** già definito fra corrente di armatura e di eccitazione.

# Potenza e coppia nella macchina sincrona

## Calcolo della potenza

Bilancio energetico.

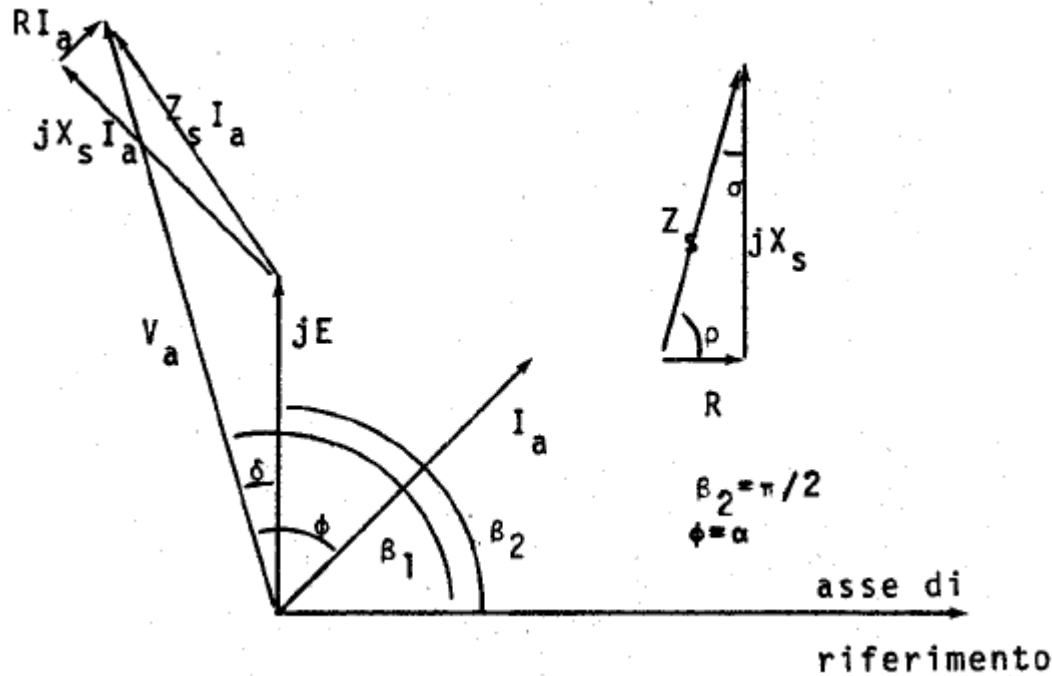
$$P_e + P_m = P_{Cu}$$



# Potenza e coppia nella macchina sincrona

## Calcolo della potenza

Espressione delle grandezze in forma polare



$$\bar{V}_a = V_a e^{j\beta_1} = \bar{I}_a Z_s e^{j\rho} + E e^{j\beta_2} \Rightarrow$$

$$\bar{I}_a = \frac{V_a}{Z_s} e^{j(\beta_1 - \rho)} - \frac{E}{Z_s} e^{j(\beta_2 - \rho)}$$

Potenza apparente ai morsetti

$$\bar{A}_{aa'} = \bar{V}_A \underline{I}_A \quad \text{con}$$

$$\underline{I}_a = \frac{V_a}{Z_s} e^{j(\rho - \beta_1)} - \frac{E}{Z_s} e^{j(\rho - \beta_2)}$$



# Potenza e coppia nella macchina sincrona

## Calcolo della potenza

Trascurando le perdite attive (ferro e conduttori) la potenza elettrica coincide con quella meccanica:

### Macchina isotropa

$$P_e = -P_m = 3 \frac{EV_A}{Z_s} \sin \delta' \quad \text{Potenza attiva}$$

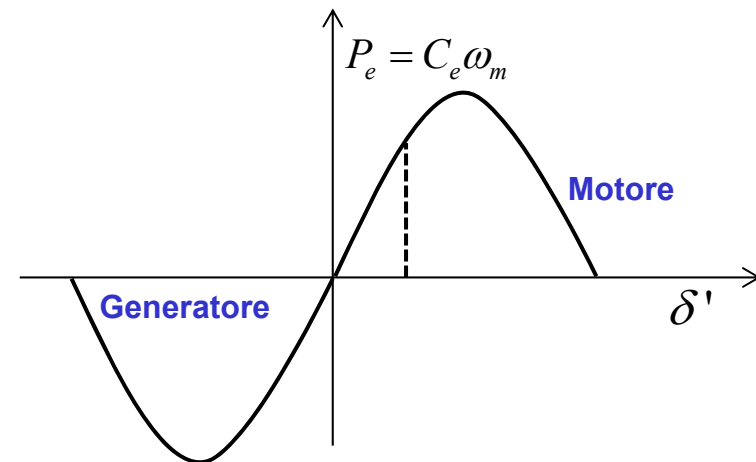
$$Q_e = 3 \frac{V_a^2}{Z_s} - 3 \frac{EV_A}{Z_s} \cos \delta' \quad \text{Potenza reattiva}$$

$$Z_s \cong jX_s \quad (\text{si trascura la } R_a)$$

$$C_e = \frac{P_e}{\omega_m} = 3 \frac{EV_a}{\omega_m X_s} \sin \delta'$$

*Coppia all'albero*

### La coppia in funzione dell'angolo di carico



# Potenza e coppia nella macchina sincrona

## Calcolo della potenza e della coppia

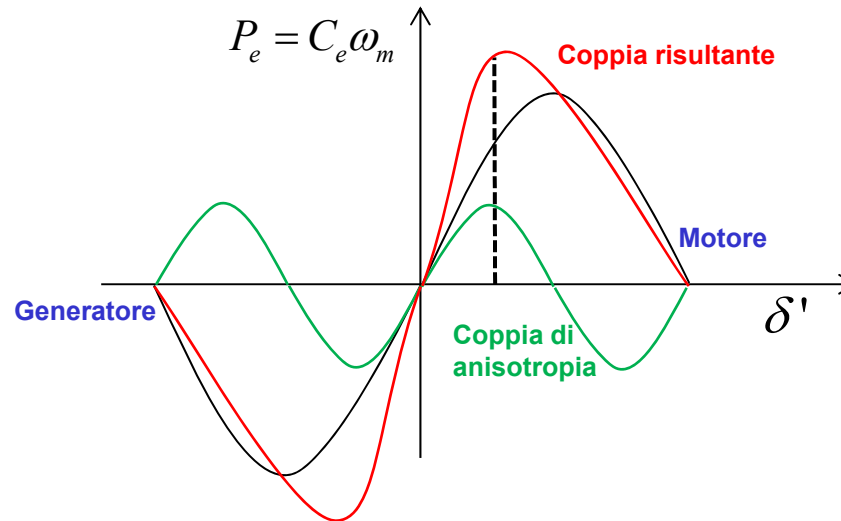
### Macchina anisotropa

(si trascura la parte resistiva)

$$P_e = 3 \left[ \frac{EV_A}{X_D} \sin \delta' + \frac{V_A^2}{2X_D X_Q} (X_D - X_Q) \sin 2\delta' \right] \quad \text{Potenza attiva}$$

$$C_e = \frac{P_e}{\omega_m} = \frac{3}{\omega_m} \left[ \frac{EV_A}{X_D} \sin \delta' + \frac{V_A^2}{2X_D X_Q} (X_D - X_Q) \sin 2\delta' \right] \quad \text{Coppia all'albero}$$

### La coppia in funzione dell'angolo di carico



# Potenza e coppia nella macchina sincrona

## Relazione fra Angolo di coppia e angolo di carico

Si fa riferimento alla costruzione delle due reattanze e si osserva che  $DBC = \delta$

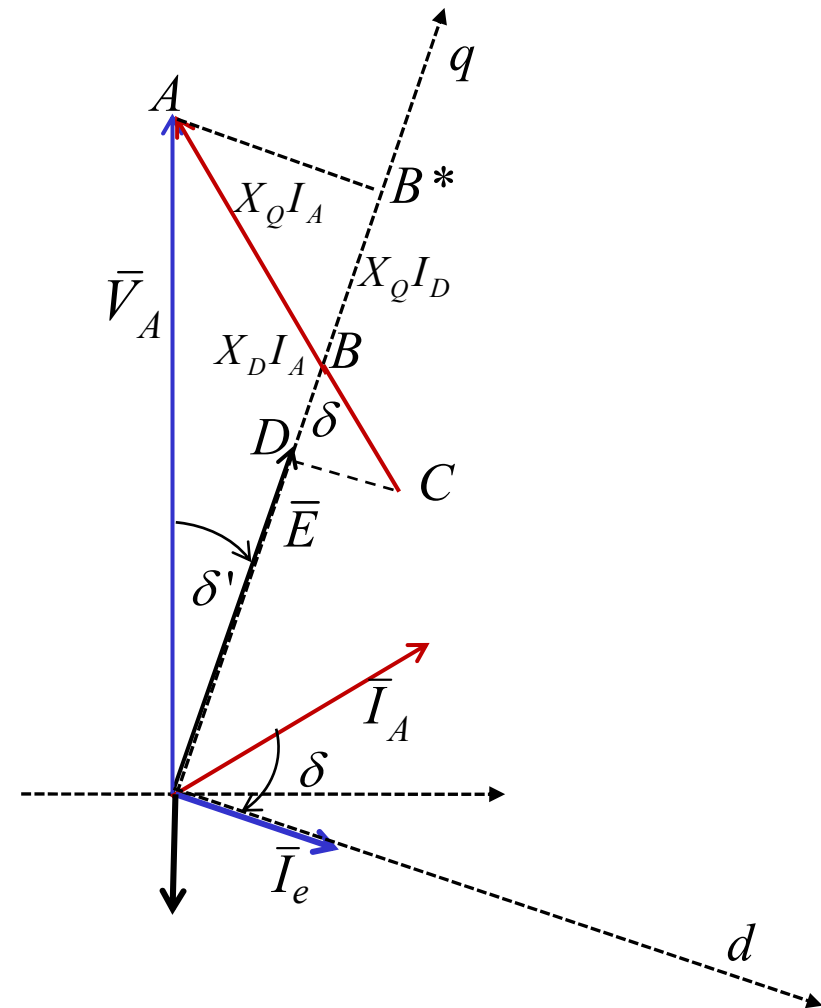
$$\overline{AC} = X_D I_A; \overline{AB} = X_Q I_A$$

$$X_D I_A \sin \delta = \overline{AB^*} + \overline{DC}$$

$$V \sin \delta' = \overline{AB^*} = X_Q I_A \sin \delta$$

$$V \cos \delta' = X_D I_A \cos \delta + E$$

Partendo dall'espressione della potenza elettrica si possono sostituire le espressioni in  $\delta'$  con quelle in  $\delta$



## Potenza e coppia nella macchina sincrona

### Relazione fra Angolo di coppia e angolo di carico

$$\begin{aligned}
 P_{ef} &= \frac{EV_A}{X_D} \sin \delta' + \frac{V_A^2}{2X_D X_Q} (X_D - X_Q) \sin 2\delta' = \frac{EV_A}{X_D} \sin \delta' + \frac{V_A^2}{X_D X_Q} (X_D - X_Q) \sin \delta' \cos \delta' = \\
 &= E \frac{X_Q}{X_D} I_A \sin \delta + (X_D - X_Q) \frac{V_A \sin \delta' V_A \cos \delta'}{X_D X_Q} = \\
 &= E \frac{X_Q}{X_D} I_A \sin \delta + (X_D - X_Q) \frac{I_A \sin \delta}{X_D} (X_D I_A \cos \delta + E) = \\
 &= E \frac{X_Q}{X_D} I_A \sin \delta + (X_D - X_Q) I_A^2 \sin \delta \cos \delta + E \frac{(X_D - X_Q)}{X_D} I_A \sin \delta = \\
 &= EI_A \sin \delta + I_A^2 \sin \delta \cos \delta (X_D - X_Q) = EI_Q + (X_D - X_Q) I_D I_Q
 \end{aligned}$$

La coppia si ricava infine ricordando le relazioni fra componenti della corrente nel sistema

trasformato D-Q:  $I_D = \frac{i_d}{\sqrt{3}}; I_Q = \frac{i_q}{\sqrt{3}}$

$$C_e = \frac{P_m}{\omega_r} (pp) = \frac{3P_{ef}}{\omega_r} (pp) = \frac{3(pp)}{\omega_r} \left[ \frac{\omega_r M_{De} I_e}{\sqrt{3}} \frac{i_Q}{\sqrt{3}} + \omega_r (L_D - L_Q) \frac{i_D i_Q}{3} \right]$$

$$C_e = (pp) \left[ M_{De} I_e I_Q + (L_D - L_Q) i_D i_Q \right]$$

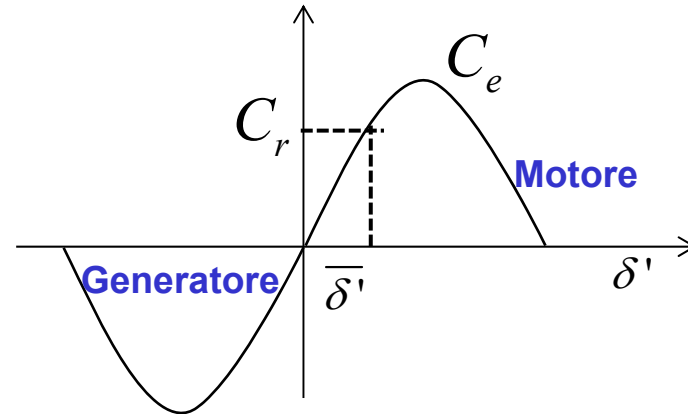
# Potenza e coppia nella macchina sincrona

## Coppia a regime

A regime la macchina opera con un angolo di carico (o di coppia) costante, in funzione della coppia di carico resistente .

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = C_e - C_r = 0$$

$$C_e = \frac{P_e}{\omega_m} = 3 \frac{EV_a}{\omega_m X_s} \text{sen } \delta' = C_r$$



$\delta' = \frac{\pi}{2}$  È il **limite massimo** dell'angolo di carico per macchina isotropa, in **condizioni statiche** (massima coppia erogabile).

Tuttavia per valori di  $\delta'$  prossimi a  $\pi/2$  una variazione anche piccola del carico può portare la macchina fuori sincronismo (**PERDITA DEL PASSO**)

# Potenza e coppia nella macchina sincrona

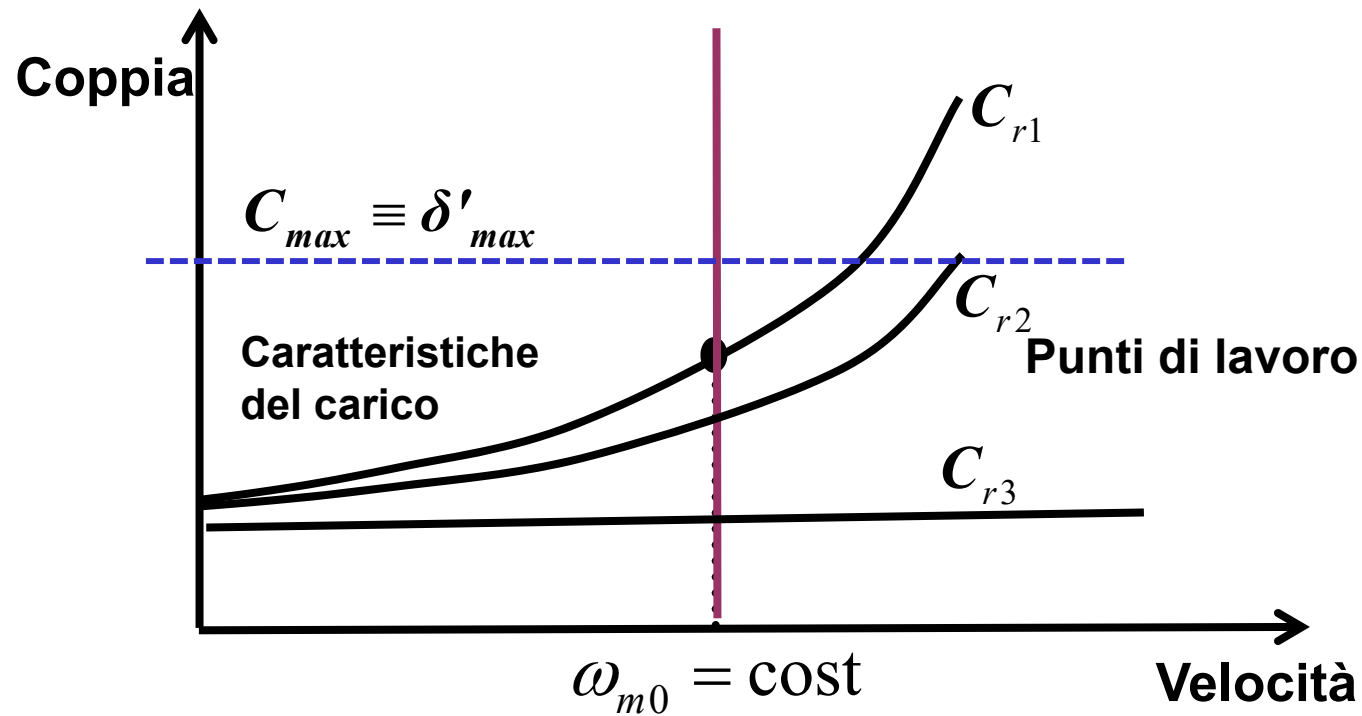
## Coppia a regime

- Per queste ragioni il limite superiore della potenza nominale viene limitato per tenere conto dei vincoli dinamici.
- La potenza nominale della macchina viene quindi erogata per valori di  $\delta' = 30-40^\circ$
- Brusche variazioni del carico meccanico nel funzionamento da motore determinano un'oscillazione del rotore intorno ad un nuovo valore di regime dell'angolo  $\delta'$ , purché non si esca dalla condizione di sincronismo.
- Le oscillazioni possono essere limitate dagli avvolgimenti smorzatori
- Il limite di operazioni in condizioni dinamiche è ulteriormente limitato nella macchina anisotropa, dove il valore di coppia massima viene raggiunto per  $\delta' < \pi/2$

# Potenza e coppia nella macchina sincrona

## Caratteristica meccanica del motore sincrono

- Per queste ragioni il limite superiore della potenza nominale viene limitato per tenere conto dei vincoli dinamici.



## Esercizi sulla macchina sincrona

4. Si consideri un turbogeneratore con i seguenti dati:

Potenza nominale:	$A_n = 5000 \text{ kVA}$
Tensione nominale:	$V_n = 12 \text{ kV}$
Frequenza:	$f_n = 50 \text{ Hz}$
Collegamento:	Y

In figura sono presentate le caratteristiche a vuoto e a pieno carico, con  $\cos\varphi=0$  in ritardo. Le tensioni sono per fase e si trascura la resistenza di armatura (statore).

- Si costruisca il **triangolo di Potier** e si determini la reattanza di dispersione  $X_d$  in ohm e in valori relativi.
- Si determini la **reazione dell'armatura** in funzione della corrente di eccitazione  $I_e$ .
- Si calcoli il **rapporto di cortocircuito** considerando la saturazione e senza la saturazione.
- Si determini la **regolazione di tensione** per un carico con fattore di potenza unitario e rispettivamente con  $\cos\varphi=0.8$  in anticipo e in ritardo.







## Macchina sincrona. Generatore a carico

### Regolazione di tensione

$$r = \frac{E_0 - V}{V}$$

$V$  Tensione ai morsetti a carico

$E_0$  Tensione a vuoto con la stessa  $I_e$  e  $\omega$  allo stacco del carico, a regime

Si deve quindi determinare il valore di  $I_e$  per una data condizione di carico (modulo e fattore di potenza)

Se si fa riferimento a una carico nominale con  $\cos\varphi = 0$  in ritardo si possono utilizzare direttamente le caratteristiche riportate.

La corrente di eccitazione richiesta a pieno carico (tensione nominale) è infatti quella corrispondente al punto C:  $I_e = 105$  A. Sulla caratteristica a vuoto essa darebbe luogo a una tensione ai morsetti pari a  $E_0 = 8800$  V

$$r = \frac{8800 - 6928}{6928} = 0,27 \text{ (+27\%)}$$

## Macchina sincrona. Generatore a carico

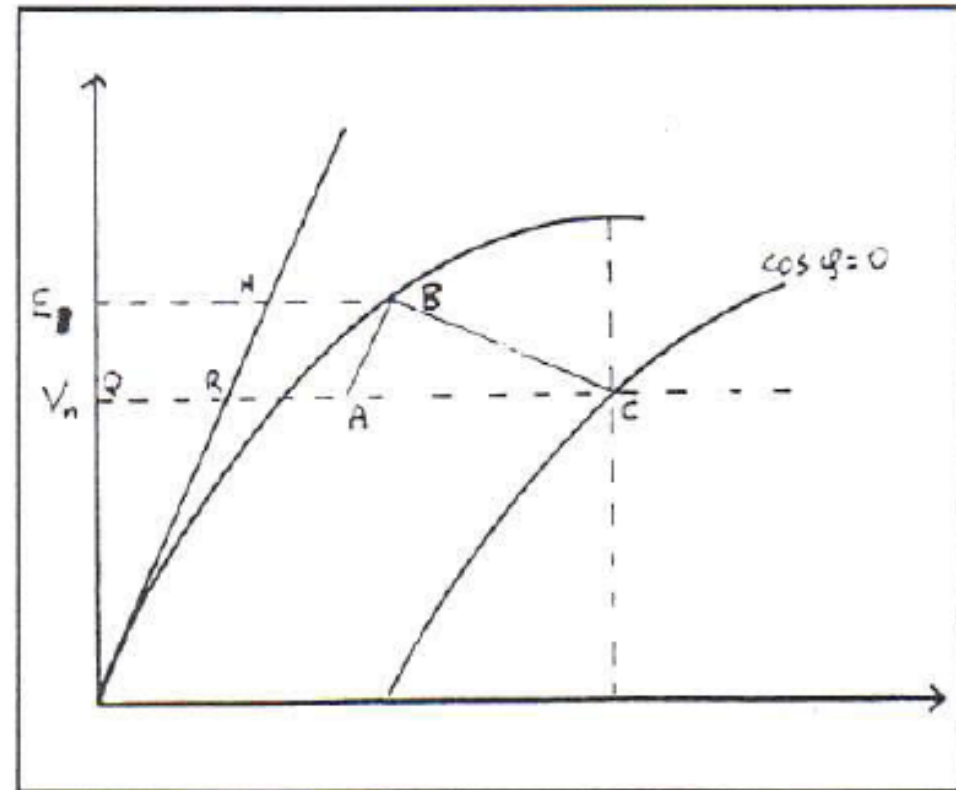
### Regolazione di tensione per caratteristiche di carico diverse

Si deve determinare il valore di  $I_e$  per la nuova condizione di carico considerando  $I_e$  come la somma di 3 contributi:

$I_{e0} = QR$  la corrente che sostiene la tensione nominale a vuoto **senza saturazione** (35 A)

$I_{es} = RA = HB$  la corrente che compensa l'effetto di saturazione

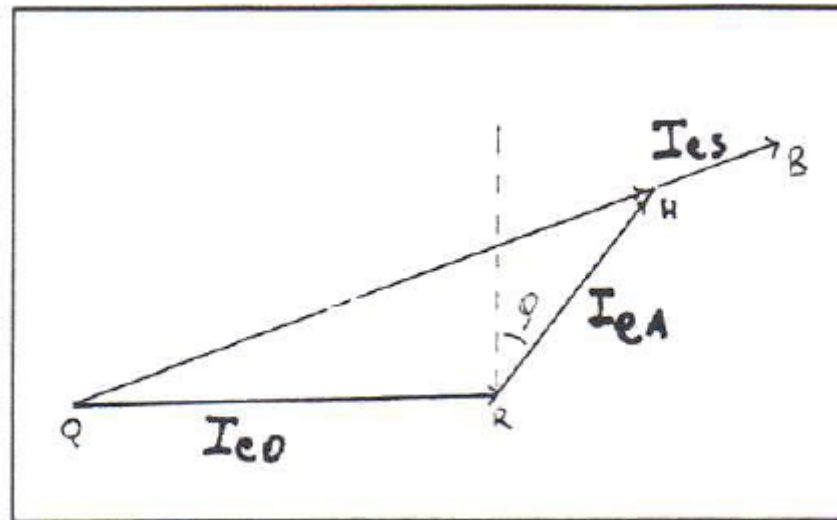
$I_{eA} = AC$  la corrente che corrisponde alla caduta di tensione su  $X_l$  e alla reazione di armatura (base di Potier)



## Macchina sincrona. Generatore a carico

### Regolazione di tensione per caratteristiche di carico diverse

$I_{eA} = AC$  si somma alle altre componenti scalarmente solo nel caso di fattore di potenza nullo. Se il fattore di potenza è diverso da zero la somma è vettoriale.



## Macchina sincrona. Generatore a carico

### Regolazione di tensione per caratteristiche di carico diverse

$I_{eAs} = RA = HB$  dipende dalla caduta sulla reattanza di dispersione e dipende da quest'ultima (calcolo di  $E_1$ )

$\cos\varphi = 0.8$  in ritardo

$$E_1 = V_n + jX_1 I_A = 7750 \angle 7.5^\circ$$

da cui  $I_{es} = 20$  A

La somma vettoriale dà:  $I_{etot} = 90$  A, cui corrisponde  $E_0 = 7740$  e una regolazione:

$$\text{Reg} (\cos\varphi = 0.8 \text{ rit.}) = (7740 - 6928)/6928 = 0.117 (+11.7\%)$$

## Macchina sincrona. Generatore a carico

### Regolazione di tensione per caratteristiche di carico diverse

$\cos\varphi = 0.8$  in anticipo

$$E_1 = 6253 \angle 9.2^\circ \quad \text{da cui } I_{es} = 8 \text{ A}$$

La somma vettoriale dà:  $I_{\text{tot}} = 43.6 \text{ A}$ , cui corrisponde  $E_0 = 6500$  e una regolazione:

$$\text{Reg} (\cos\varphi = 0.8 \text{ ant.}) = (6500 - 6928)/6928 = -0.06 \text{ (-6\%)}$$

## Macchina sincrona. Funzionamento dinamico

### Corto circuito trifase equilibrato netto

Si considerano le equazioni generali (nel sistema di riferimento rotante DQ)

$$\begin{bmatrix} v_D \\ v_Q \\ \dots \\ v_e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + L_D p & -\omega_r L_Q & | & M_{De} p & M_{Ds} p & -\omega_r M_{Qt} \\ \omega_r L_D & R_Q + L_Q p & | & \omega_r M_{De} & \omega_r M_{Ds} & M_{Qt} p \\ \dots & \dots & | & \dots & \dots & \dots \\ M_{De} p & 0 & | & R_e + L_e p & 0 & 0 \\ M_{Ds} p & 0 & | & 0 & R_s + L_s p & 0 \\ 0 & M_{Qt} p & | & 0 & 0 & R_t + L_t p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ \dots \\ i_e \\ i_s \\ i_t \end{bmatrix}$$



# Macchina sincrona. Funzionamento dinamico

## Corto circuito trifase equilibrato netto

### IPOSTESI

- Il corto circuito avviene a velocità meccanica costante
- Il corto circuito è equilibrato rispetto alle 3 fasi: le tensioni  $v_D$  e  $v_Q$  (di armatura) si annullano all'istante  $t=0$
- Si suppone che la macchina prima del corto circuito funzioni come un generatore a vuoto

# Macchina sincrona. Funzionamento dinamico

## Corto circuito trifase equilibrato netto

### CONDIZIONI INIZIALI

$$[i_0]^T = [0_D \ 0_Q \ \bar{I}_e \ 0_s \ 0_t]$$

### FORZANTI

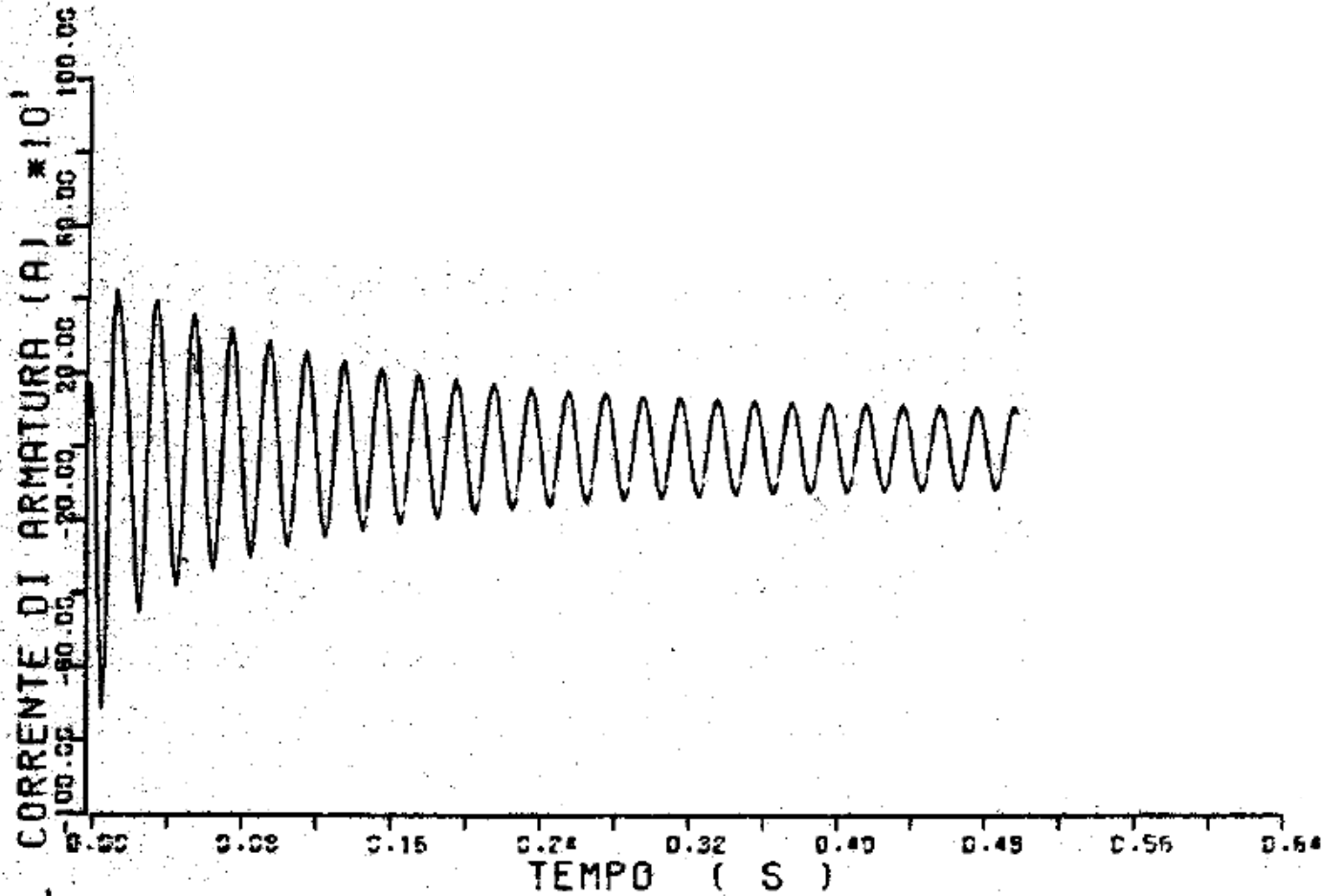
$$[v]^T = [0_D \ 0_Q \ \bar{V}_e \ 0_s \ 0_t]$$

### INTEGRAZIONE NUMERICA

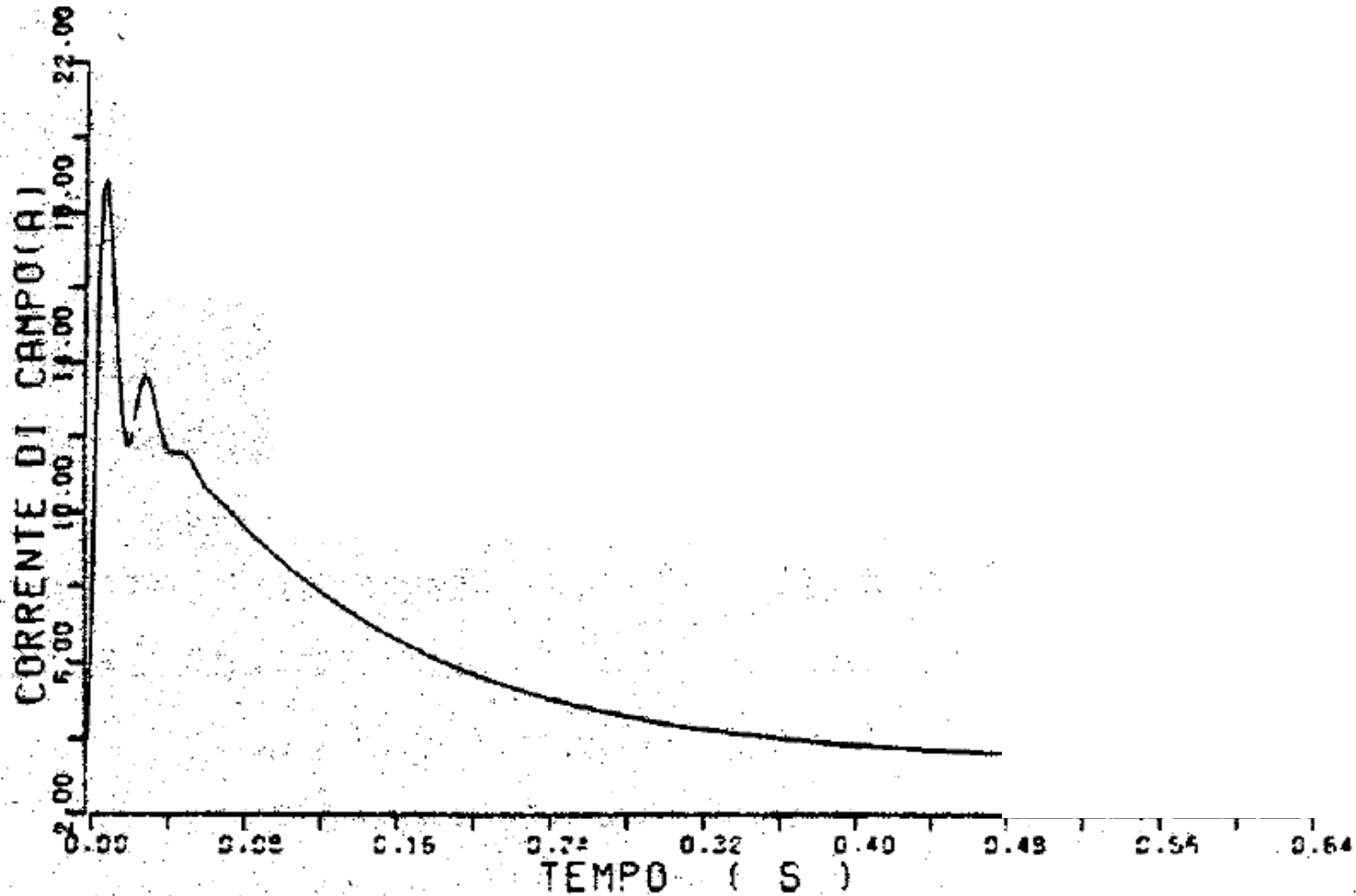
### RISULTATO E CONVERSIONE NELLE GRANDEZZE DI FASE (SISTEMA REALE)

$$i_A(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} (-i_Q \sin \vartheta + i_D \cos \vartheta)$$

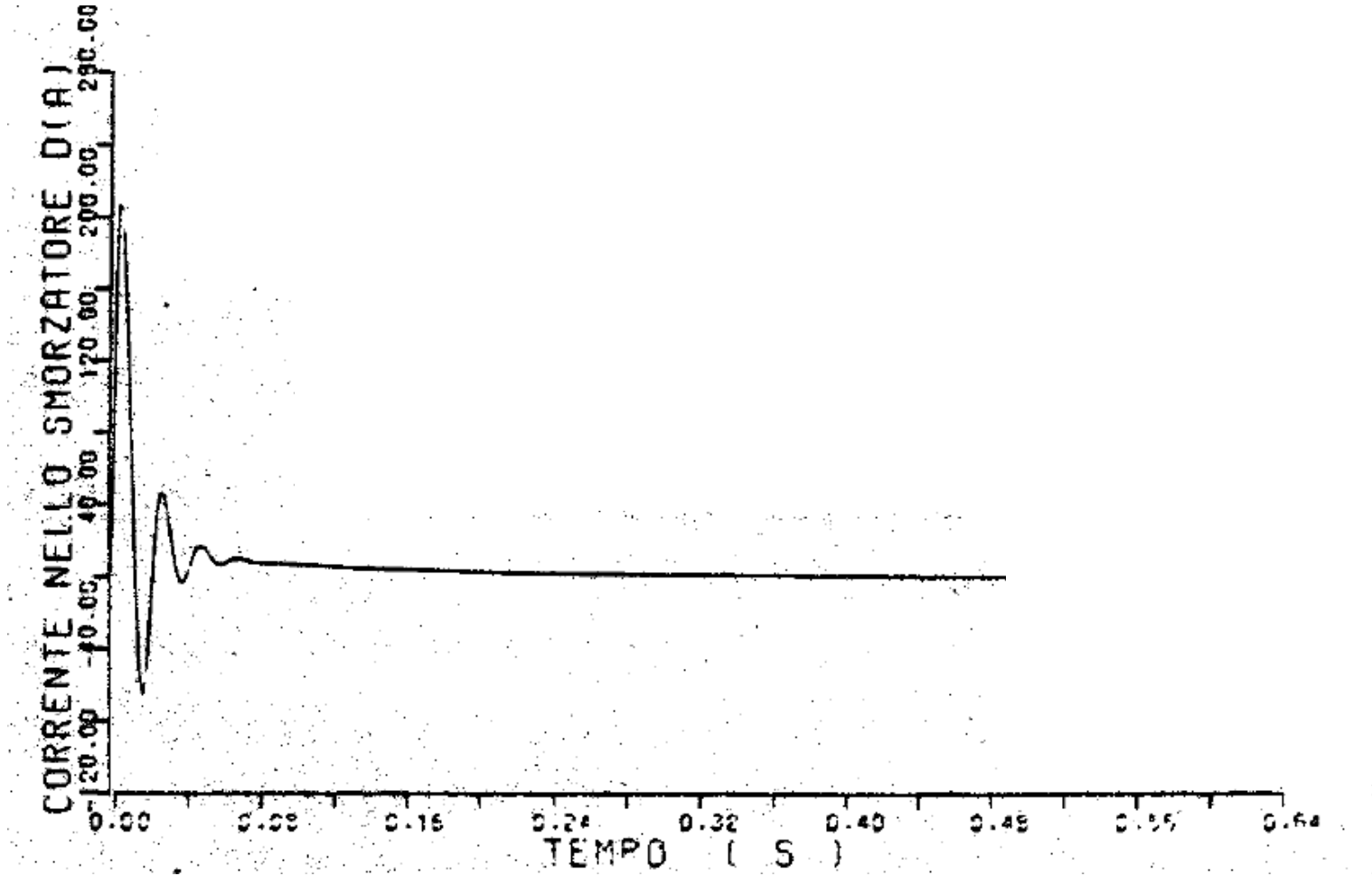
Macchina sincrona. Funzionamento dinamico  
Corto circuito trifase equilibrato netto  
Corrente di armatura



Macchina sincrona. Funzionamento dinamico  
Corto circuito trifase equilibrato netto  
Corrente di eccitazione



Macchina sincrona. Funzionamento dinamico  
Corto circuito trifase equilibrato netto  
Corrente nello smorzatore



## Macchina sincrona. Funzionamento dinamico

### Traccia per la risoluzione analitica

Si considerano le equazioni generali elettriche (nel sistema di riferimento rotante DQ) (Modello del 5° ordine)

$$\begin{bmatrix} v_D \\ v_Q \\ \dots \\ v_e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + L_D p & -\omega_r L_Q & | & M_{De} p & M_{Ds} p & -\omega_r M_{Qt} \\ \omega_r L_D & R_Q + L_Q p & | & \omega_r M_{De} & \omega_r M_{Ds} & M_{Qt} p \\ \dots & \dots & | & \dots & \dots & \dots \\ M_{De} p & 0 & | & R_e + L_e p & 0 & 0 \\ M_{Ds} p & 0 & | & 0 & R_s + L_s p & 0 \\ 0 & M_{Qt} p & | & 0 & 0 & R_t + L_t p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ \dots \\ i_e \\ i_s \\ i_t \end{bmatrix}$$

## Macchina sincrona. Funzionamento dinamico

### Traccia per la risoluzione analitica

Si possono ricavare per sostituzione le equazioni relative alle variabili di statore D e Q, in funzione delle correnti di rotore  $i_e$ ,  $i_s$ ,  $i_t$ , tenendo quindi in considerazione gli effetti sull'armatura dei circuiti di eccitazione e degli smorzatori:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_D = R_D i_D + L_D(p) i_D + v_e a(p) - \omega L_Q(p) i_Q \\ \mathbf{v}_Q = R_Q i_Q + L_Q(p) i_Q + v_e b(p) + \omega L_D(p) i_D \end{cases}$$

In cui:

$p$  è l'operatore  $d/dt$

$L_D(p)$ ,  $L_Q(p)$ ,  $a(p)$ ,  $b(p)$  sono funzioni di  $p$  e quindi assimilabili a funzioni di trasferimento (trasformata di Laplace,  $s$ )

## Macchina sincrona. Funzionamento dinamico

### Traccia per la risoluzione analitica

Applicando il teorema del valore iniziale, si possono definire parametri del circuito equivalente valido per gli istanti immediatamente seguenti all'inizio del transitorio:

$$\begin{cases} L_D'' = \lim_{p \rightarrow \infty} L_D(p) \\ L_Q'' = \lim_{p \rightarrow \infty} L_Q(p) \end{cases}$$

Induttanze nei primi istanti del transitorio  
(es. corto circuito)

$$\begin{cases} X_D'' = \omega L_D'' \\ X_Q'' = \omega L_Q'' \end{cases}$$

**Reattanza Subtransitoria Diretta**

**Reattanza Subtransitoria Trasversa**



## Macchina sincrona. Funzionamento dinamico

### Traccia per la risoluzione analitica

Da  $X_D''$  e  $X_Q''$  dipendono, negli istanti iniziali:

La costante di tempo delle correnti  $i_D$  e  $i_Q$

L'ampiezza di  $i_D$  e  $i_Q$  ( $X_D'' \gg R_D$ ,  $X_Q'' \gg R_Q$ )

$$\begin{cases} L_D'' = L_D - \frac{L_e M_{Ds}^2 + L_s M_{De}^2 - 2M_{es} M_{Ds} M_{De}}{L_e L_s - M_{es}^2} \\ L_Q'' = L_Q - \frac{M_{Qt}^2}{L_t} \end{cases}$$

## Macchina sincrona. Funzionamento dinamico

### Traccia per la risoluzione analitica

Con analoghe considerazioni, a partire dal **modello della macchina del 3° ordine** (in cui si trascurano gli avvolgimenti smorzatori) si può arrivare alla definizione di una

$$L_D' = \lim_{p \rightarrow \infty} L_D(p)$$

Induttanze nei primi istanti del transitorio  
(modello del 3° ordine)

$$X_D' = \omega L_D'$$

### Reattanza Transitoria Diretta

Questo parametro rappresenta l'interazione dell'avvolgimento D con il solo avvolgimento di campo (non è definita una analoga Reattanza trasversa)

$$X_D' = \omega L_D - \omega \frac{M_{De}^2}{L_e}$$

## Macchina sincrona. Funzionamento dinamico

### Traccia per la risoluzione analitica

Si può verificare che:  $X_D > X_D' > X_D''$

