

Esercizio . CALCOLO DEI PARAMETRI DEL CIRCUITO EQUIVALENTE DI UN TRASFORMATORE MONOFASE E DEL SUO RENDIMENTO MASSIMO

Si consideri un trasformatore monofase di cui sono noti i seguenti dati:

- potenza apparente nominale $A_n = 20 \text{ kVA}$
- tensione primaria nominale $V_{1n} = 8 \text{ kV}$
- tensione secondaria nominale $V_{2n} = 240 \text{ V}$
- fattore di potenza del carico $\cos\varphi_{\text{carico}} = 1$

Risultati della prova a vuoto:

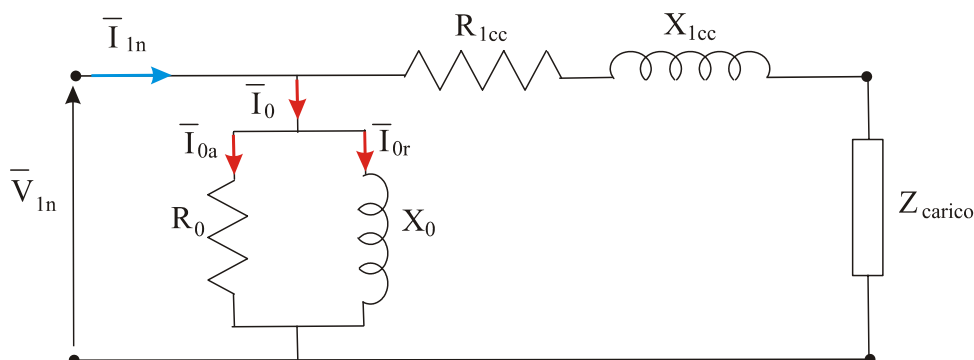
- tensione di prova = tensione nominale V_{1n}
- corrente a vuoto $I_0 = 214 \text{ mA}$
- potenza attiva assorbita a vuoto $P_0 = 240 \text{ W}$

Risultati della prova in corto circuito:

- tensione di corto circuito $V_{1cc} = 489 \text{ V}$
- corrente assorbita = corrente nominale I_{1n}
- potenza attiva assorbita in corto circuito $P_{cc} = 400 \text{ W}$

Si determinino:

- a) le correnti nominali primaria e secondaria I_{1n} e I_{2n} ;
- b) le componenti attiva I_{0a} e reattiva I_{0r} della corrente a vuoto;
- c) i parametri resistivi e induttivi R_0 , X_0 , R_{1cc} , X_{1cc} del circuito equivalente semplificato riferito all'avvolgimento primario illustrato in figura;
- d) il fattore di potenza a vuoto $\cos\varphi_0$ e in corto circuito $\cos\varphi_{cc}$;
- e) il fattore di carico $x_{\eta_{\max}}$ per il quale il rendimento risulta massimo e il valore di tale rendimento η_{\max} , essendo il trasformatore connesso ad un carico con $\cos\varphi_{\text{carico}} = 1$ e trascurando la variazione della tensione secondaria rispetto a quella nominale.



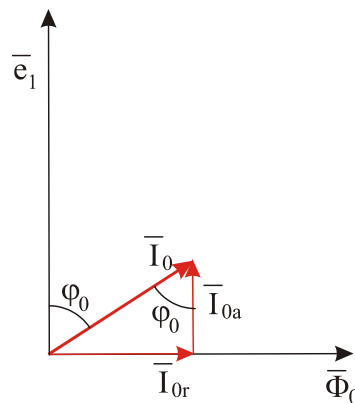
Soluzione dell'Esercizio 1

$$a) \quad I_{1n} = \frac{A_n}{V_{1n}} = \frac{20000}{8000} = 2,5 \text{ A}$$

$$I_{2n} = \frac{A_n}{V_{2n}} = \frac{20000}{240} = 83,33 \text{ A}$$

b) In un trasformatore la corrente a vuoto \bar{I}_0 (che è circa uguale alla corrente magnetizzante a carico) può essere scomposta in due componenti:

- una componente \bar{I}_{0r} (componente magnetizzante, o reattiva, legata a X_0) in fase col flusso magnetico totale $\bar{\Phi}_0$, a cui è legata la potenza reattiva necessaria per magnetizzare il nucleo e quindi generare il flusso;
- una componente \bar{I}_{0a} (componente attiva, legata a R_0) in quadratura con il flusso, cioè in fase con la f.e.m. indotta \bar{e}_1 , a cui è legata la potenza attiva che compensa le perdite nel ferro del nucleo.



Vettorialmente, la corrente a vuoto \bar{I}_0 è quindi data da: $\bar{I}_0 = \bar{I}_{0a} + \bar{I}_{0r}$

Il suo modulo risulta uguale a: $I_0 = \sqrt{I_{0a}^2 + I_{0r}^2}$

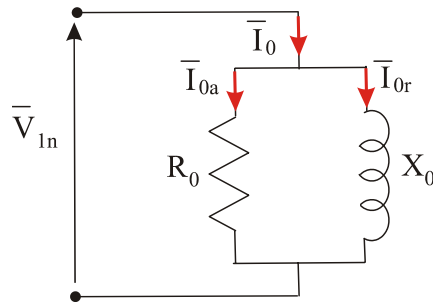
Il modulo della componente attiva \bar{I}_{0a} si calcola a partire dall'espressione della potenza attiva assorbita a vuoto P_0 :

$$P_0 = V_{1n} I_{0a} \Rightarrow I_{0a} = \frac{P_0}{V_{1n}} = \frac{240}{8000} = 30 \text{ mA}$$

$$\Rightarrow I_{0r} = \sqrt{I_0^2 - I_{0a}^2} \cong 212 \text{ mA}$$

N.B.: φ_0 è l'angolo tra la corrente \bar{I}_0 e la f.e.m. indotta \bar{e}_1 .

c) Osservando il ramo in derivazione:



la resistenza a vuoto R_0 , la reattanza a vuoto X_0 e il modulo dell'impedenza a vuoto Z_0 possono essere calcolate con le formule seguenti:

$$R_0 = \frac{V_{in}}{I_{0a}} = \frac{8000}{0,03} \cong 266,667 \text{ k}\Omega$$

$$X_0 = \frac{V_{in}}{I_{0r}} = \frac{8000}{0,212} \cong 37,756 \text{ k}\Omega$$

$$Z_0 = \frac{V_{in}}{I_0} = \frac{8000}{0,214} \cong 37,383 \text{ k}\Omega$$

Per calcolare la resistenza a vuoto R_0 è possibile usare anche la seguente formula:

$$R_0 = \frac{V_{in}}{I_{0a}} = \frac{V_{in}^2}{I_{0a} V_{in}} = \frac{V_{in}^2}{P_0} = \frac{8000^2}{240} \cong 266,667 \text{ k}\Omega$$

L'impedenza a vuoto \bar{Z}_0 può essere anche calcolata come parallelo della resistenza a vuoto R_0 e della reattanza a vuoto jX_0 :

$$\bar{Z}_0 = \frac{R_0 \cdot jX_0}{R_0 + jX_0} = \frac{R_0 X_0 \angle 90^\circ}{\sqrt{R_0^2 + X_0^2} \angle \arctan(X_0/R_0)} = \frac{10068270953 \angle 90^\circ}{269326 \angle 8,06^\circ} \cong 37383 \angle 81,94^\circ \Omega$$

Nella prova di corto circuito i terminali del secondario vengono cortocircuitati mentre quelli del primario vengono alimentati a tensione ridotta V_{1cc} rispetto alla tensione nominale V_{1n} .

In queste condizioni, la corrente assorbita dal ramo in derivazione è del tutto trascurabile rispetto alla corrente I_{1n} e la caduta di tensione nel trasformatore può ritenersi interamente localizzata sulla resistenza R_{1cc} e sulla reattanza X_{1cc} .

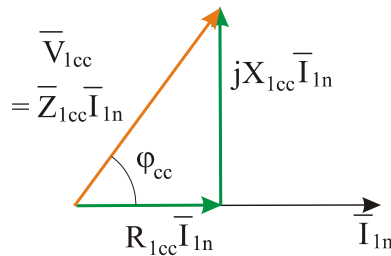
La resistenza di corto circuito riferita a primario R_{1cc} si calcola sapendo che:

$$P_{cc} = R_{1cc} I_{1n}^2 \quad \Rightarrow \quad R_{1cc} = \frac{P_{cc}}{I_{1n}^2} = \frac{400}{2,5^2} = 64 \Omega$$

Il modulo dell'impedenza di corto circuito riferita a primario Z_{1cc} si calcola ipotizzando che in essa scorra la corrente I_{1n} .

$$\Rightarrow Z_{1cc} = \frac{V_{1cc}}{I_{1n}} = \frac{489}{2,5} \cong 195,6 \Omega$$

La resistenza R_{1cc} e la reattanza X_{1cc} sono in serie tra loro, perciò: $\bar{Z}_{1cc} = R_{1cc} + jX_{1cc}$:



La reattanza X_{1cc} risulta quindi uguale a: $X_{1cc} = \sqrt{Z_{1cc}^2 - R_{1cc}^2} = 184,83 \Omega$

N.B.: φ_{cc} è l'angolo tra la corrente \bar{I}_{1n} e la tensione \bar{V}_{1cc} .

d) Il fattore di potenza a vuoto si calcola sapendo che:

$$P_0 = V_{1n} I_{0a} = V_{1n} I_0 \cos \varphi_0 \Rightarrow \cos \varphi_0 = \frac{P_0}{V_{1n} I_0} = \frac{240}{8000 \cdot 0,214} \cong 0,140$$

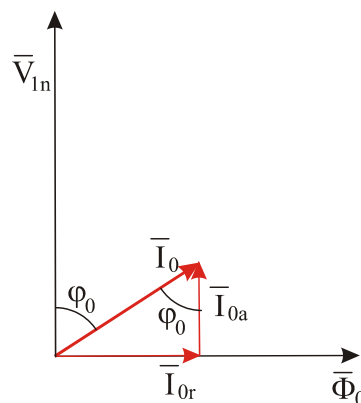
Avendo già calcolato I_{0a} , si poteva anche calcolare $\cos \varphi_0$ come:

$$\cos \varphi_0 = \frac{I_{0a}}{I_0} = \frac{0,030}{0,214} \cong 0,140$$

Il valore di φ_0 è quindi uguale a: $\varphi_0 = \arccos(\cos \varphi_0) = 81,94^\circ$.

Noto φ_0 , il calcolo di \bar{Z}_0 poteva essere svolto anche semplicemente ricordando che, nel circuito equivalente considerato, la tensione applicata al ramo in derivazione è \bar{V}_{1n} :

$$\Rightarrow \bar{V}_{1n} = \bar{I}_0 \bar{Z}_0$$



$$\bar{V}_{1n} = V_{1n} \angle 90^\circ$$

$$\bar{I}_0 = I_0 \angle (90^\circ - \varphi_0) = 0,214 \angle (90^\circ - 81,94^\circ) \text{ A} = 0,214 \angle 8,06^\circ \text{ A}$$

$$\Rightarrow \bar{Z}_0 = \frac{\bar{V}_{1n}}{\bar{I}_0} = \frac{8000 \angle 90^\circ}{0,214 \angle 8,06^\circ} \cong 37383 \angle 81,94^\circ \Omega$$

Il fattore di potenza in corto circuito si calcola sapendo che:

$$P_{cc} = V_{1cc} I_{1n} \cos \varphi_{cc} \quad \Rightarrow \quad \cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{V_{1cc} I_{1n}} = \frac{400}{489 \cdot 2,5} \cong 0,327$$

Oppure con la formula:

$$\cos \varphi_{cc} = \cos \left(\arctan \left(\frac{X_{1cc}}{R_{1cc}} \right) \right) \cong 0,327$$

- e) Trascurando la variazione della tensione secondaria rispetto a quella nominale nel passaggio da vuoto a carico, il rendimento del trasformatore è massimo quando le perdite a vuoto sono uguali alle perdite a carico:

$$P_0 = x_{\eta_{\max}}^2 P_{cc} \quad \Rightarrow \quad x_{\eta_{\max}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}} = \sqrt{\frac{240}{400}} \cong 0,775 = 77,5\%$$

Una volta calcolato il valore di $x_{\eta_{\max}}$, si può calcolare il rendimento massimo o inserendo il valore $x_{\eta_{\max}}$ nell'espressione generale del rendimento:

$$\eta_{\max} = \frac{x_{\eta_{\max}} P_n}{x_{\eta_{\max}} P_n + P_0 + x_{\eta_{\max}}^2 P_{cc}} \quad \text{ricordando che: } P_n = A_n \cos \varphi_{\text{carico}} = 20 \cdot 1 = 20 \text{ kW}$$

oppure utilizzando la formula che fornisce direttamente il rendimento massimo:

$$\eta_{\max} = \frac{1}{1 + \frac{2\sqrt{P_0 P_{cc}}}{P_n}} = \frac{1}{1 + \frac{2\sqrt{P_0 P_{cc}}}{A_n \cos \varphi_{\text{carico}}}} = \frac{1}{1 + \frac{2\sqrt{240 \cdot 400}}{20000 \cdot 1}} \cong 0,9699 \cong 97\%$$