

ELEMENTI DI IMPIANTI E MACCHINE ELETTRICHE

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Anno Accademico 2014-2015

Trasformatori di potenza

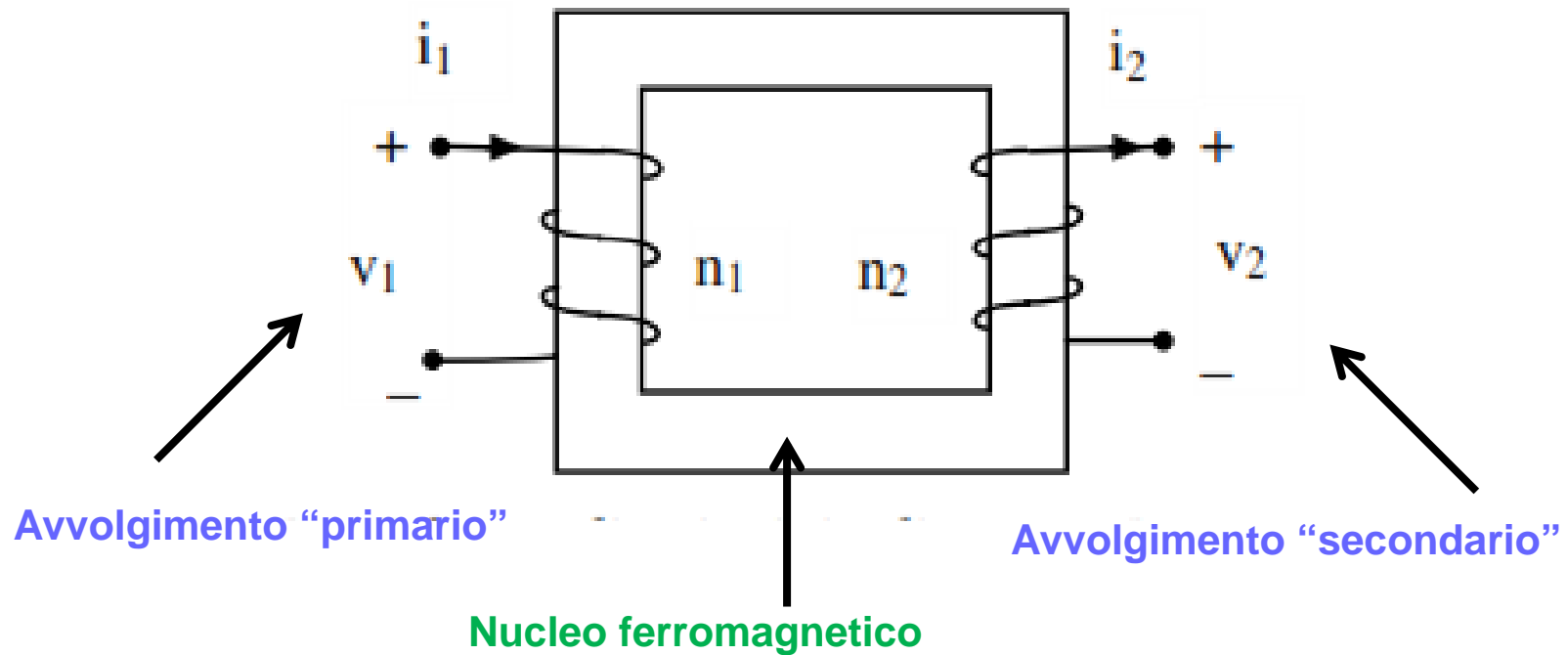
Prof. Mario Montagna

Prof. Francesco Benzi

Università di Pavia

e-mail: fbenzi@unipv.it

Principio elementare di funzionamento



Nell'ipotesi di trascurare le resistenze degli avvolgimenti e le perdite nei circuiti magnetici, risulta:

$$v_1 i_1 = v_2 i_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1}$$

TRASFORMAZIONE DI
ENERGIA ELETTRICA IN
ENERGIA ELETTRICA

Il TRASFORMATORE è una macchina elettrica statica che realizza una trasformazione di energia elettrica in elettrica in modo reversibile cambiando i valori della tensione e della corrente.

MOTIVAZIONI PER L'IMPIEGO DEI TRASFORMATORI

IN LINEE DI POTENZA:

- la tensione nominale dei generatori di energia elettrica è limitata, per ragioni costruttive, a 20-30 kV;
- il trasporto dell'energia elettrica deve avvenire ad elevate tensioni (sino anche a 1000 kV) per motivi di economia;
- la tensione degli impianti utilizzatori deve essere contenuta in poche centinaia di Volt per motivi di sicurezza;
- può essere necessario isolare elettricamente due circuiti.

IN CIRCUITI ELETTRONICI:

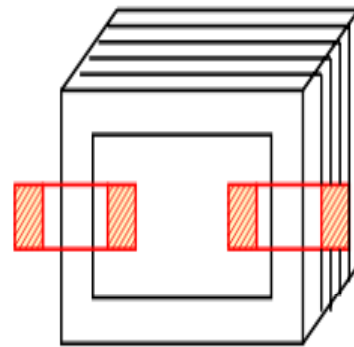
- per modificare le impedenze dei circuiti;
- per isolare elettricamente due circuiti;
- altri impieghi.

CARATTERISTICHE COSTRUTTIVE

Il circuito magnetico è costituito da lamierini magnetici.

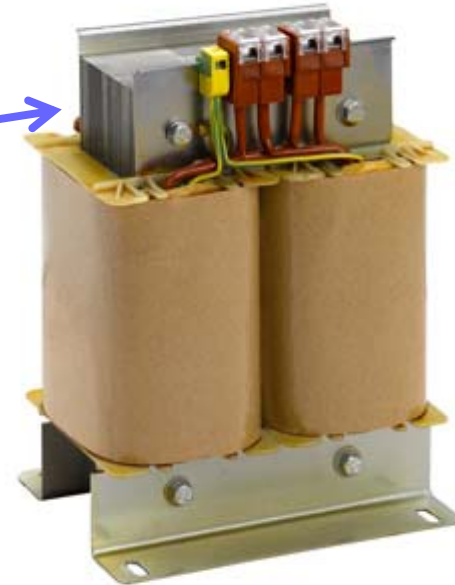
Nel caso MONOFASE si distingue:

TRASFORMATORE
A COLONNA

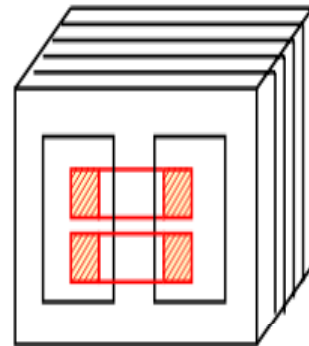


VERTICALE

Nucleo in ferro laminato



TRASFORMATORE
A MANTELLO

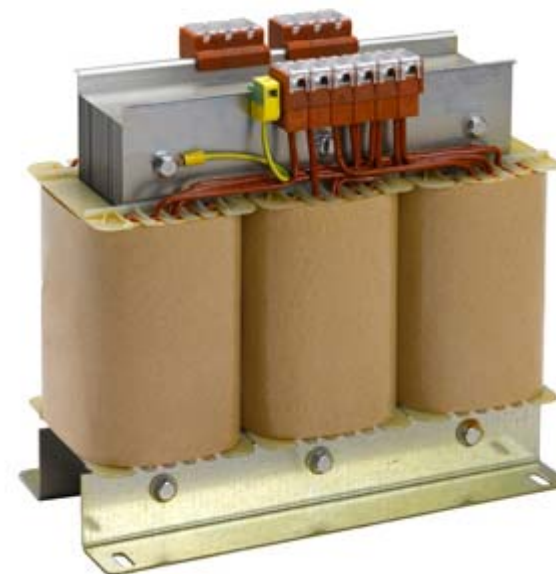
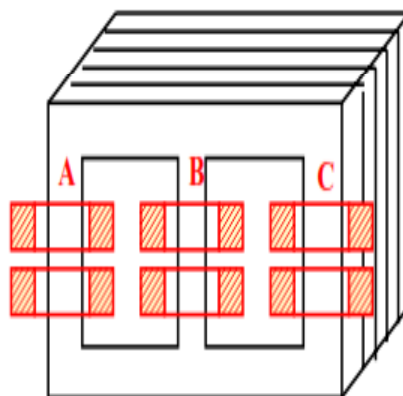


ORIZZONTALE

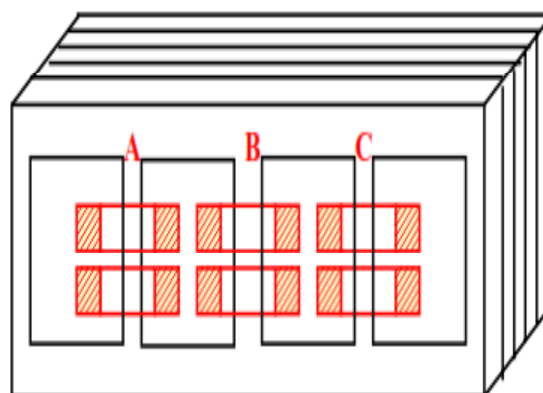


Nel caso TRIFASE:

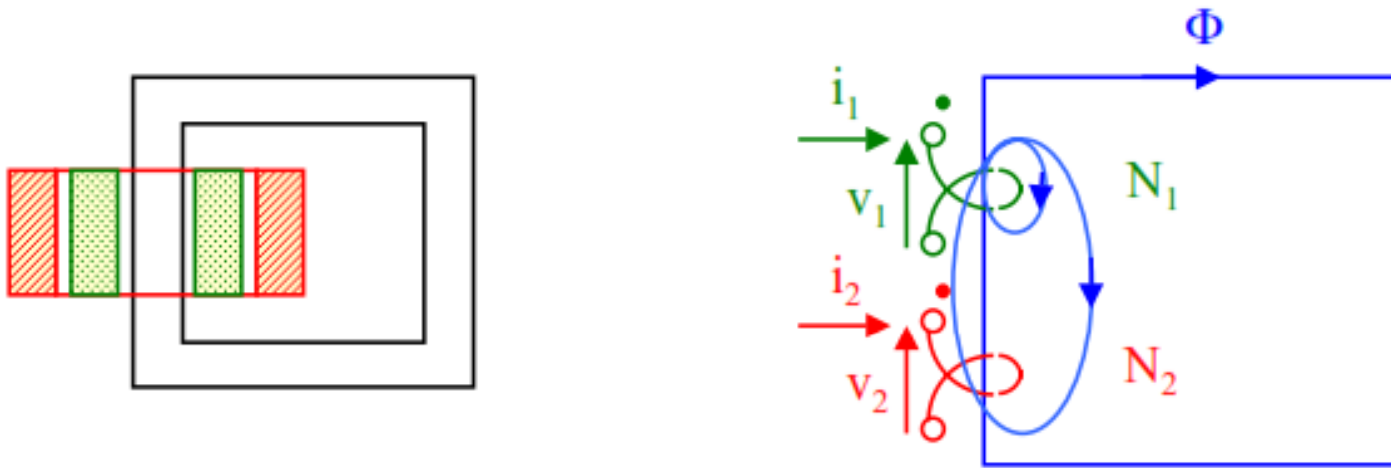
TRASFORMATORE
TRIFASE
A 3 COLONNE



TRASFORMATORE
TRIFASE
A 5 COLONNE



EQUAZIONI DI FUNZIONAMENTO DI UN TRASFORMATORE MONOFASE A 2 AVVOLGIMENTI



N.B.: Con ① e ② si indicano genericamente i due avvolgimenti, uno di bassa tensione (b.t.) e l'altro di alta tensione (A.T.).

In generale si preferisce non parlare di avvolgimento primario e secondario in quanto il trasformatore è una macchina perfettamente reversibile.

Dall'equazione di OHM in regime comunque variabile risulta:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

e quindi:

$$v_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

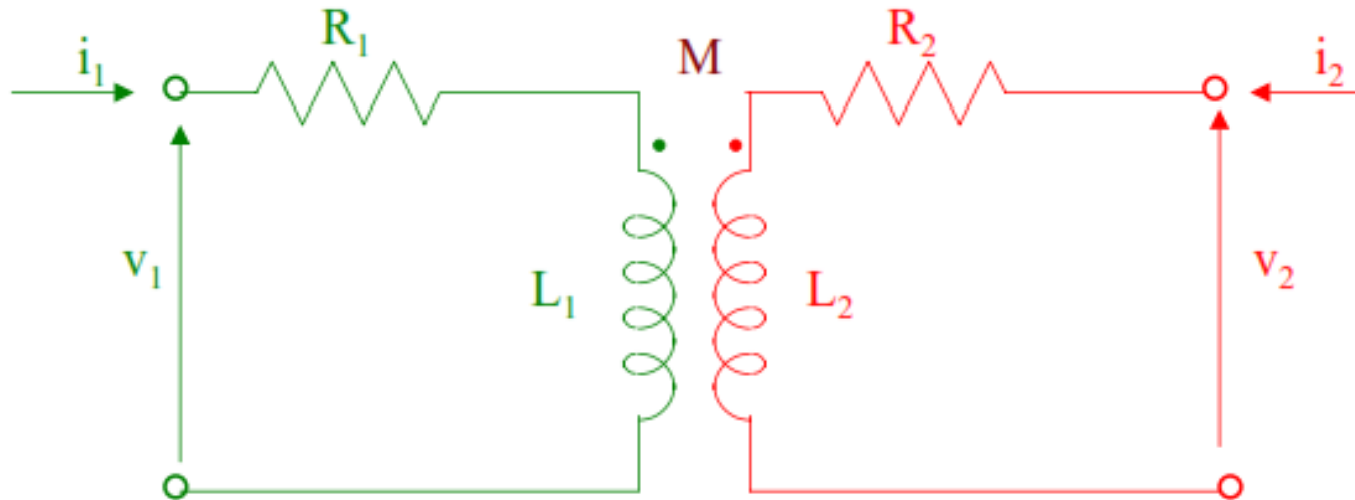
$$v_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

N.B.: $[L] = \text{costante}$ $[M] = \text{costante}$

- per effetto della LINEARITÀ DEI CIRCUITI MAGNETICI
- per effetto di assenza di moto relativo tra gli avvolgimenti

CIRCUITI EQUIVALENTI

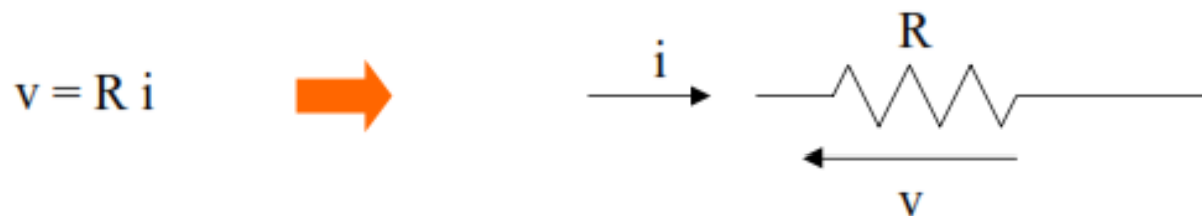
Il circuito equivalente corrispondente è il seguente:



Questo circuito equivalente può essere modificato cambiando la struttura delle equazioni di funzionamento.

N.B.:

Ad ogni equazione è sempre possibile fare corrispondere un circuito equivalente:



$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ v_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \end{cases}$$



aggiungendo e togliendo alcuni termini:

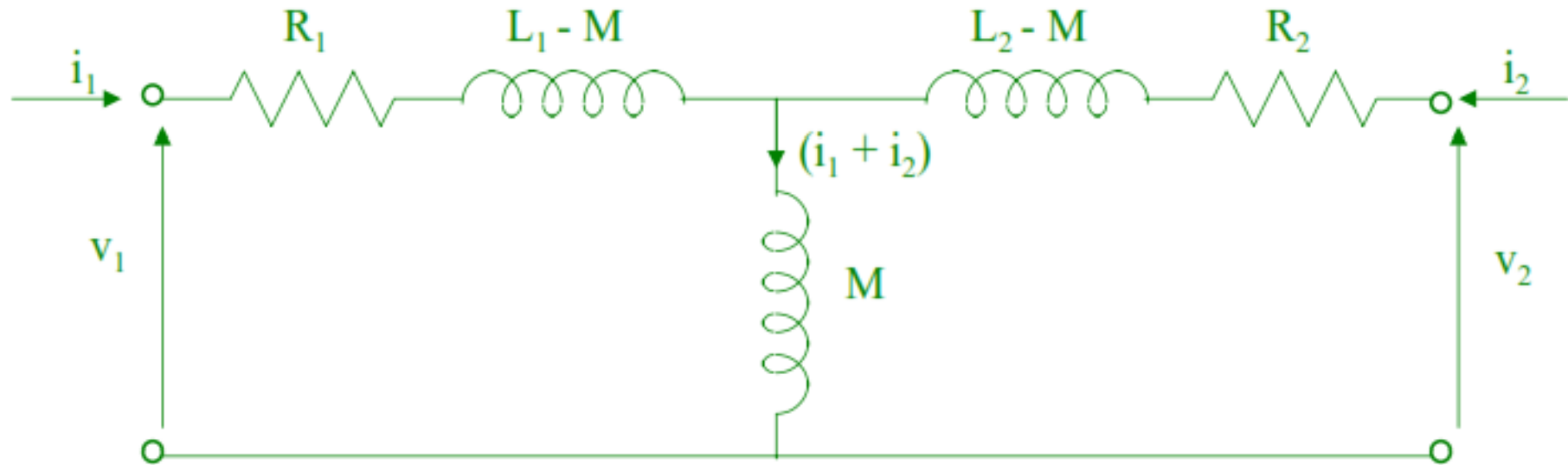
$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} + \left(M \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_1}{dt} \right) \\ v_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + \left(M \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \right) \end{cases}$$



ordinando:

$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + (L_1 - M) \frac{di_1}{dt} + M \frac{d(i_2 + i_1)}{dt} \\ v_2 = R_2 i_2 + (L_2 - M) \frac{di_2}{dt} + M \frac{d(i_2 + i_1)}{dt} \end{cases}$$

Il circuito equivalente corrispondente è il seguente:



È possibile arrivare ad un altro circuito equivalente più semplice introducendo il flusso totale che si concatena con gli avvolgimenti ① e ② ed associando a tale flusso una corrente ($\Phi_0 \rightarrow i_0$):

$$\Phi_0 = \Phi_{12} + \Phi_{21} = \frac{\Psi_{12}}{N_1} + \frac{\Psi_{21}}{N_2} = \frac{M i_2}{N_1} + \frac{M i_1}{N_2} = M \frac{N_2 i_2 + N_1 i_1}{N_1 N_2}$$

Si introducono i flussi concatenati con i due avvolgimenti (Ψ_1 e Ψ_2):

$$\begin{cases} \Psi_1 = L_1 i_1 + M i_2 = (L_{\ell 1} + L_{m 1}) i_1 + M i_2 \\ \Psi_2 = L_2 i_2 + M i_1 = (L_{\ell 2} + L_{m 2}) i_2 + M i_1 \end{cases}$$

Sostituendo le espressioni di L_{m1} , L_{m2} e M (vedi pag. 8) risulta:

$$\begin{cases} \Psi_1 = L_{\ell 1} i_1 + \frac{N_1 \Phi_{21}}{i_1} i_1 + \frac{N_1 \Phi_{12}}{i_2} i_2 \\ \quad = L_{\ell 1} i_1 + N_1 (\Phi_{21} + \Phi_{12}) = L_{\ell 1} i_1 + N_1 \Phi_0 = \Psi_1 \\ \Psi_2 = L_{\ell 2} i_2 + \frac{N_2 \Phi_{12}}{i_2} i_2 + \frac{N_2 \Phi_{21}}{i_1} i_1 \\ \quad = L_{\ell 2} i_2 + N_2 (\Phi_{12} + \Phi_{21}) = L_{\ell 2} i_2 + N_2 \Phi_0 = \Psi_2 \end{cases}$$


Il totale flusso Φ_0 si può pensare associato ad una corrente i_0 che percorre uno solo dei due avvolgimenti (avvolgimento 1 oppure avvolgimento 2).

Supponendo che la corrente i_0 percorra l'avvolgimento ① e imponendo l'uguaglianza delle f.m.m. prodotte dai due avvolgimenti con $N_1 i_0$ risulta:

$$N_1 i_0 = N_1 i_1 + N_2 i_2$$

N.B.: La f.m.m. $N_1 i_1 + N_2 i_2$ sostiene anche i flussi $L_{\ell 1} i_1$ e $L_{\ell 2} i_2$ che sono flussi DISPERSI ai fini della trasformazione dell'energia in quanto si concatenano solo con uno solo dei due avvolgimenti.

Analogamente $N_1 i_0$ sostiene tutti i flussi presenti, tra i quali anche Φ_0 .


$$i_0 = i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2 = i_1 + i'_2$$

ove $i'_2 = \frac{N_2}{N_1} i_2 =$ corrente che deve circolare nell'avvolgimento ① per creare una f.m.m. uguale a quella creata dalla corrente i_2 quando percorre l'avvolgimento ②.

Dall'espressione di Φ_0 risulta:

$$\Phi_0 = M \frac{N_2 i_2 + N_1 i_1}{N_1 N_2} = \frac{M N_1 i_0}{N_1 N_2} = \frac{M i_0}{N_2}$$

Legame tra Φ_0 e i_0

I totali flussi concatenati Ψ_1 e Ψ_2 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_1 = L_{\ell 1} i_1 + N_1 \Phi_0 = L_{\ell 1} i_1 + N_1 \frac{M i_0}{N_2} \\ \Psi_2 = L_{\ell 2} i_2 + N_2 \Phi_0 = L_{\ell 2} i_2 + N_2 \frac{M i_0}{N_2} = L_{\ell 2} i_2 + \frac{N_2}{N_1} N_1 \frac{M i_0}{N_2} \end{array} \right.$$

Ricordando le espressioni di L_{m1} e Φ_{21} (vedi pag. 8) risulta:

$$L_{m1} = \frac{N_1 \Phi_{21}}{i_1} = \frac{N_1}{i_1} \frac{M i_1}{N_2} = \frac{N_1}{N_2} M$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_1 = L_{\ell 1} i_1 + L_{m1} i_0 \\ \Psi_2 = L_{\ell 2} i_2 + \frac{N_2}{N_1} L_{m1} i_0 \end{array} \right.$$

Dal sistema di equazioni generali di funzionamento:

$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + \frac{d\Psi_1}{dt} \\ v_2 = R_2 i_2 + \frac{d\Psi_2}{dt} \end{cases}$$

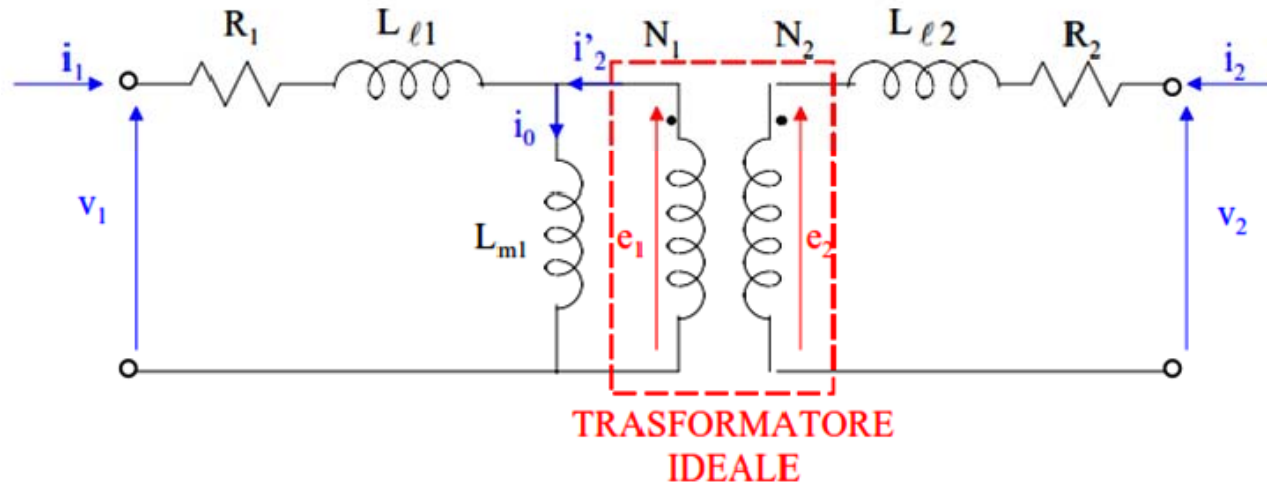


$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + L_{\ell 1} \frac{di_1}{dt} + L_{m1} \frac{di_0}{dt} = R_1 i_1 + L_{\ell 1} \frac{di_1}{dt} + e_1 \\ v_2 = R_2 i_2 + L_{\ell 2} \frac{di_2}{dt} + \frac{N_2}{N_1} L_{m1} \frac{di_0}{dt} = R_2 i_2 + L_{\ell 2} \frac{di_2}{dt} + \frac{N_2}{N_1} e_1 \end{cases}$$

e_1
 e_2

Sulla base di queste due equazioni è possibile costruire un circuito equivalente (sempre equivalente agli effetti esterni):

Circuito equivalente per fase del trasformatore reale



R_1, R_2 Resistenza degli avvolgimenti di statore e rotore (per fase)

L_1 Autoinduttanza dell'avvolgimento di statore $L_1 = L_{l1} + L_{m1}$

L_{l1} Induttanza di dispersione avvolg. 1 (flusso prodotto da 1 e non concatenato con 2)

L_{m1} Induttanza mutua avvolg. 1 (flusso prodotto da 1 e concatenato con 2)

$L_{m1} = N_1 / N_2 M$ a parità di numero di spire $L_{m1} = M$ (Mutua induttanza)

i_0 corrente magnetizzante \rightarrow genera la fmm che stabilisce il flusso nel trasformatore

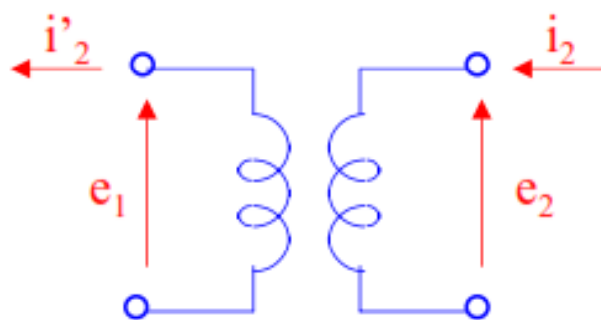
$i_0 = i_1 + i'_2$ corrente magnetizzante \rightarrow genera la fmm che stabilisce il flusso nel trasformatore

- Si introduce un TRASFORMATORE IDEALE che realizza una trasformazione senza perdite da $e_1 \rightarrow e_2$:

$$e_1 = L_{m1} \frac{di_0}{dt} \rightarrow e_2 = \frac{N_2}{N_1} L_{m1} \frac{di_0}{dt} = \frac{N_2}{N_1} e_1$$

$$\rightarrow \frac{e_2}{e_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \text{e poiché: } e_1 i'_2 = e_2 i_2 \rightarrow \frac{i'_2}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

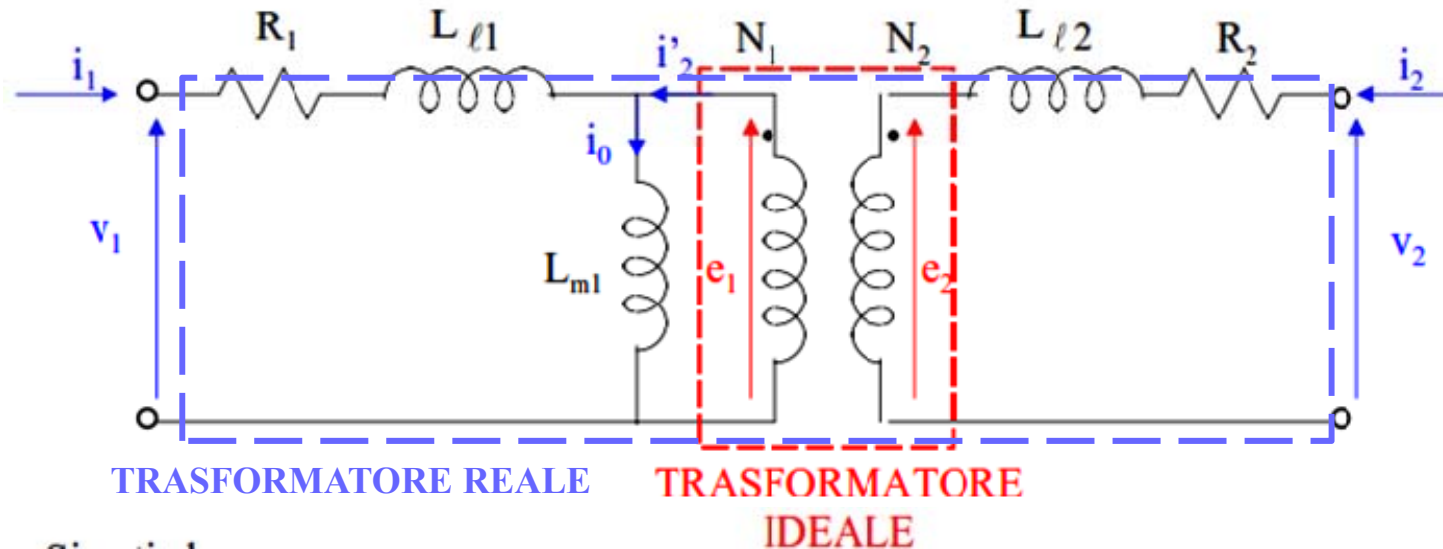
- Il circuito equivalente (agli effetti esterni) è quindi costituito da un trasformatore ideale e da più elementi concentrati ideali (R, L) al di fuori del trasformatore ideale.
- Il bilancio del trasformatore ideale è:



$$e_1 i'_2 = e_2 i_2$$

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \frac{i'_2}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Circuito equivalente per fase del trasformatore reale



In un trasformatore ideale non vi sono perdite sugli avvolgimenti né effetto Joule, né flusso disperso

In un trasformatore ideale il nucleo ferromagnetico ha permeanza infinita, pertanto è sufficiente una fmm infinitesima per sostenere il flusso ($i_0=0$)

Il trasformatore funziona se la tensione di alimentazione varia nel tempo
(NON FUNZIONA IN CORRENTE CONTINUA).

Per evitare la saturazione del nucleo, la tensione di alimentazione deve essere alternata a valor medio nullo.

La corrente i_0 si definisce **CORRENTE MAGNETIZZANTE** in quanto ad essa è associato il flusso che si concatena con tutti e due gli avvolgimenti.

Il valore di questa corrente dipende dalla tensione v_1 depurata dalle cadute di tensione su R_1 e $L_{\ell 1}$

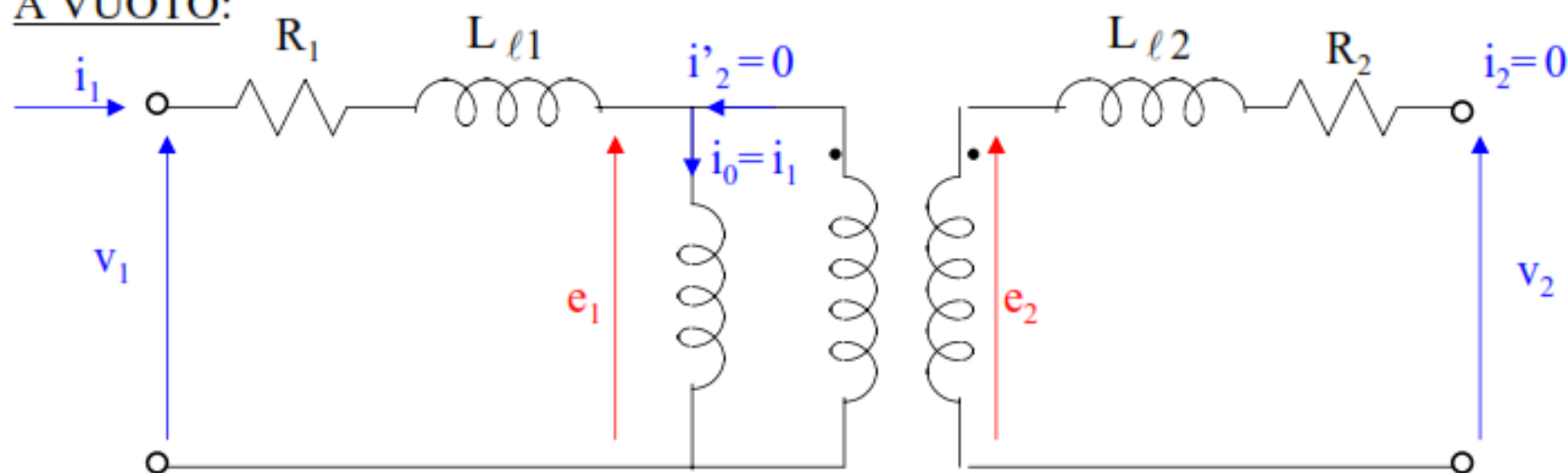
(con corrente nominale, le cadute di tensione sono qualche % della tensione nominale).

La corrente i_0 è qualche % della corrente nominale.

COME FUNZIONA IL TRASFORMATORE A REGIME

Utilizzando il circuito equivalente, è possibile chiarire alcuni aspetti del funzionamento del trasformatore a regime.

A VUOTO:



Si alimenta l'avvolgimento ①, mentre l'avvolgimento ② ha i morsetti aperti.

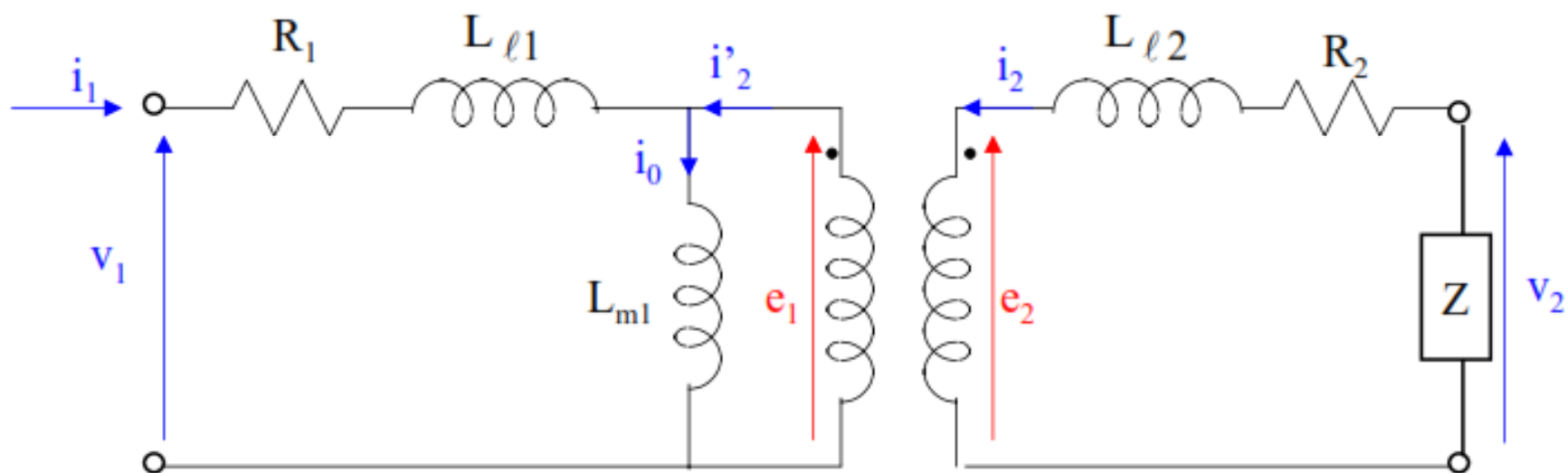
La corrente i_1 coincide con i_0 (la corrente è tutta magnetizzante) ed ha quindi un valore molto piccolo (qualche % della corrente nominale).

Le cadute di tensione su R_1 e L_{l1} sono quindi trascurabili: $v_1 \cong e_1$

A VUOTO:

$$\frac{e_1}{e_2} \cong \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

A CARICO: $i_2 = i_{2n}$ (nominale)



Con corrente nominale si hanno delle cadute di tensione su R_1 e L_{l1} per effetto di una corrente:

$$i_1 = i_0 - i'_2 = i_0 - \frac{N_2}{N_1} i_2$$

Queste cadute (pari a qualche % della tensione nominale) non portano a grandi variazioni di i_0 rispetto al funzionamento a vuoto.

A CARICO:

- all'aumentare di i_2 aumenta la corrente i_1 assorbita dall'avvolgimento ① e aumentano le cadute di tensione e quindi i_0 tende a diminuire:

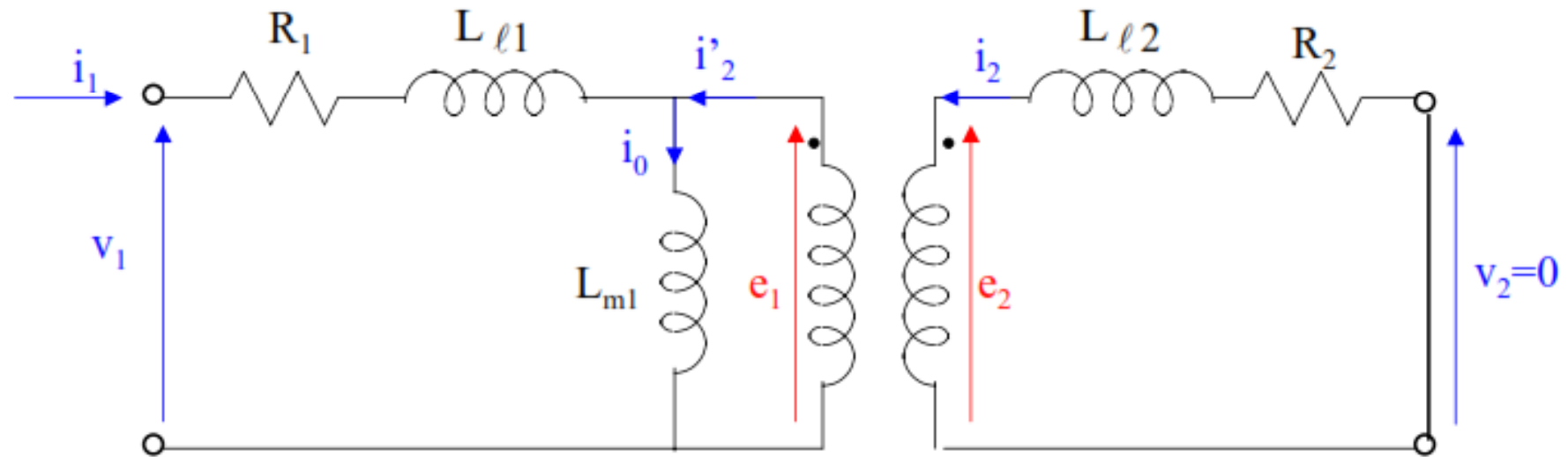
diminuiscono $i_0 \rightarrow \Phi_0 \rightarrow e_1 \rightarrow e_2$

- $v_1 \neq e_1$

$$\frac{v_1}{v_2} \neq \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{i_1}{i_2} \neq \frac{i'_2}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

IN CORTO CIRCUITO: $v_2 = 0$



Con tensione nominale applicata, la corrente di corto circuito è $i_2 \gg i_{2n}$

e quindi anche $i'_2 \gg i_0$.

Risulta quindi: $i_1 \cong i'_2$

$$\boxed{\frac{i_1}{i_2} \cong \frac{i'_2}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}}$$

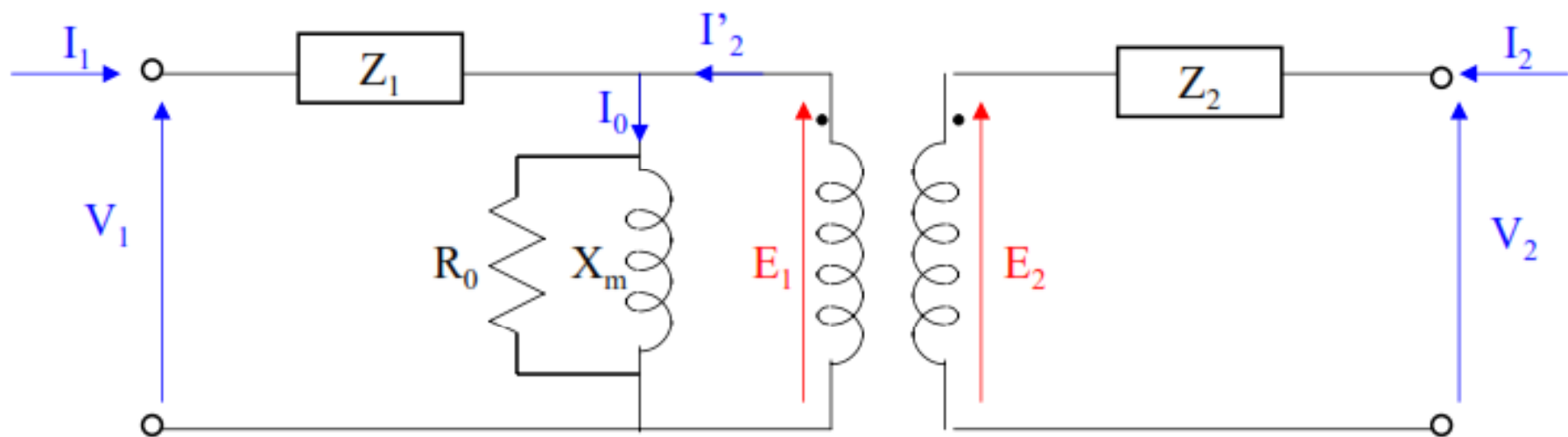
come per il trasformatore ideale

FUNZIONAMENTO IN REGIME ALTERNATO SINUSOIDALE

In presenza di una alimentazione alternata sinusoidale tutte le grandezze elettriche saranno alternate sinusoidali.

Le equazioni di funzionamento in regime comunque variabile diventano le equazioni di regime alternato sinusoidale sostituendo ai valori istantanei le grandezze vettoriali e alle derivate il termine $j\omega$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{V}_1 = R_1 \bar{I}_1 + jX_{\ell 1} \bar{I}_1 + jX_m \bar{I}_0 = \bar{Z}_1 \bar{I}_1 + \bar{E}_1 \\ \bar{V}_2 = R_2 \bar{I}_2 + jX_{\ell 2} \bar{I}_2 + \bar{E}_2 = \bar{Z}_2 \bar{I}_2 + \bar{E}_2 \end{array} \right.$$



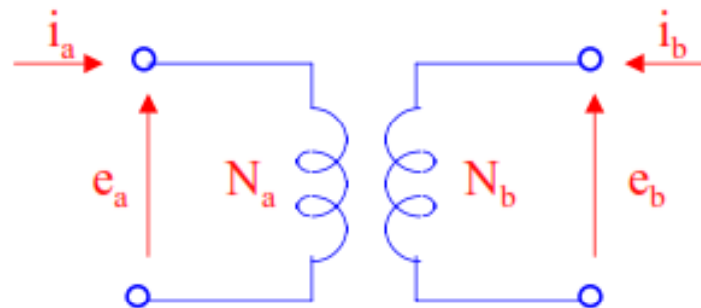
Si introduce una resistenza R_0 in parallelo a X_m che tiene conto delle perdite nel ferro (le perdite nel ferro dipendono dal flusso e il flusso dipende dalla tensione ai capi di X_m).

Per i diversi funzionamenti (a vuoto, in corto circuito, a carico) è sempre possibile costruire dei diagrammi vettoriali di funzionamento.

CIRCUITI EQUIVALENTI RIDOTTI

Per lo studio di particolari condizioni di funzionamento è conveniente utilizzare dei circuiti equivalenti ridotti ottenuti trasferendo le impedenze da una parte all'altra del trasformatore ideale.

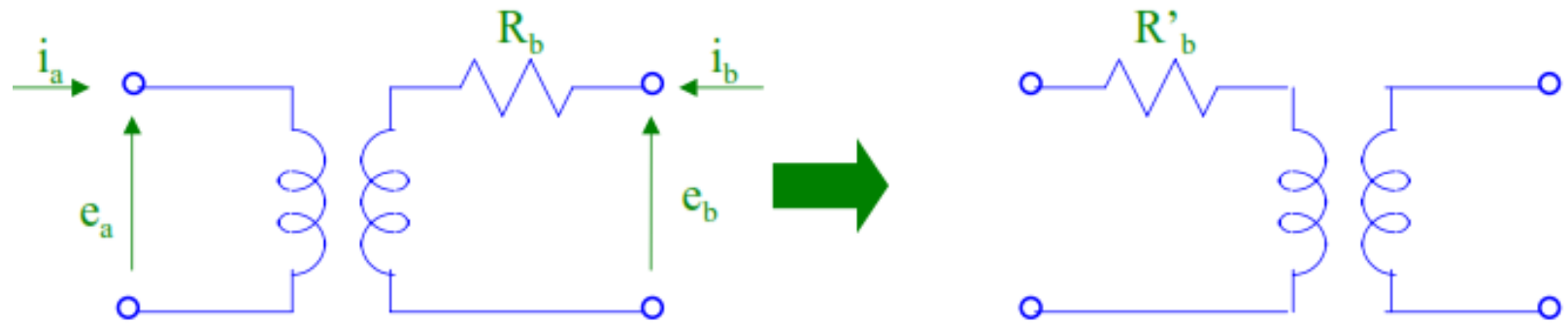
Il trasferimento avviene sulla base della costanza della potenza.



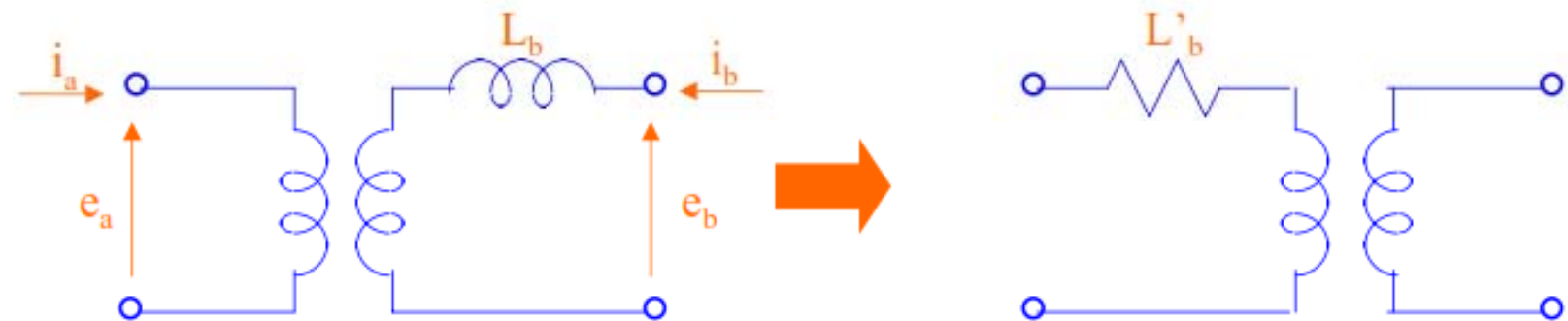
Relazioni valide per il trasformatore ideale:

$$\frac{e_a}{e_b} = \frac{N_a}{N_b} = \frac{i_b}{i_a} = \frac{1}{k}$$

TRASFORMAZIONI A POTENZA COSTANTE:

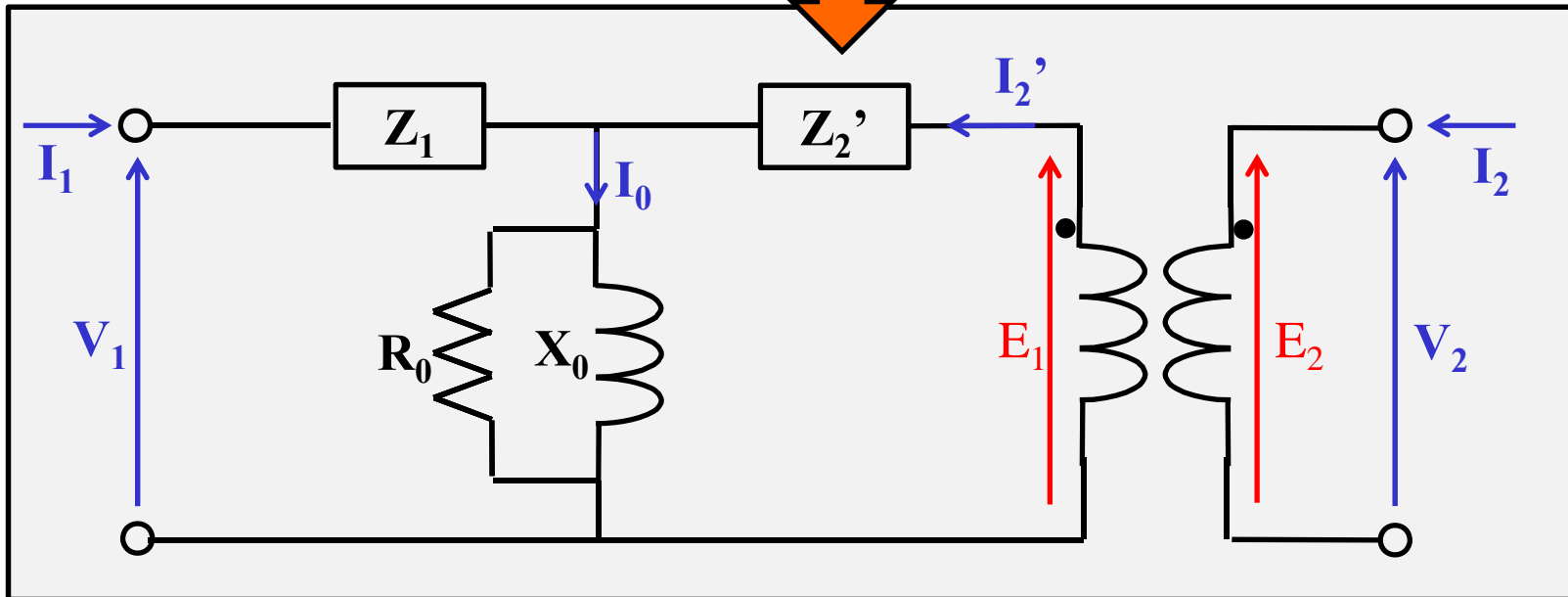
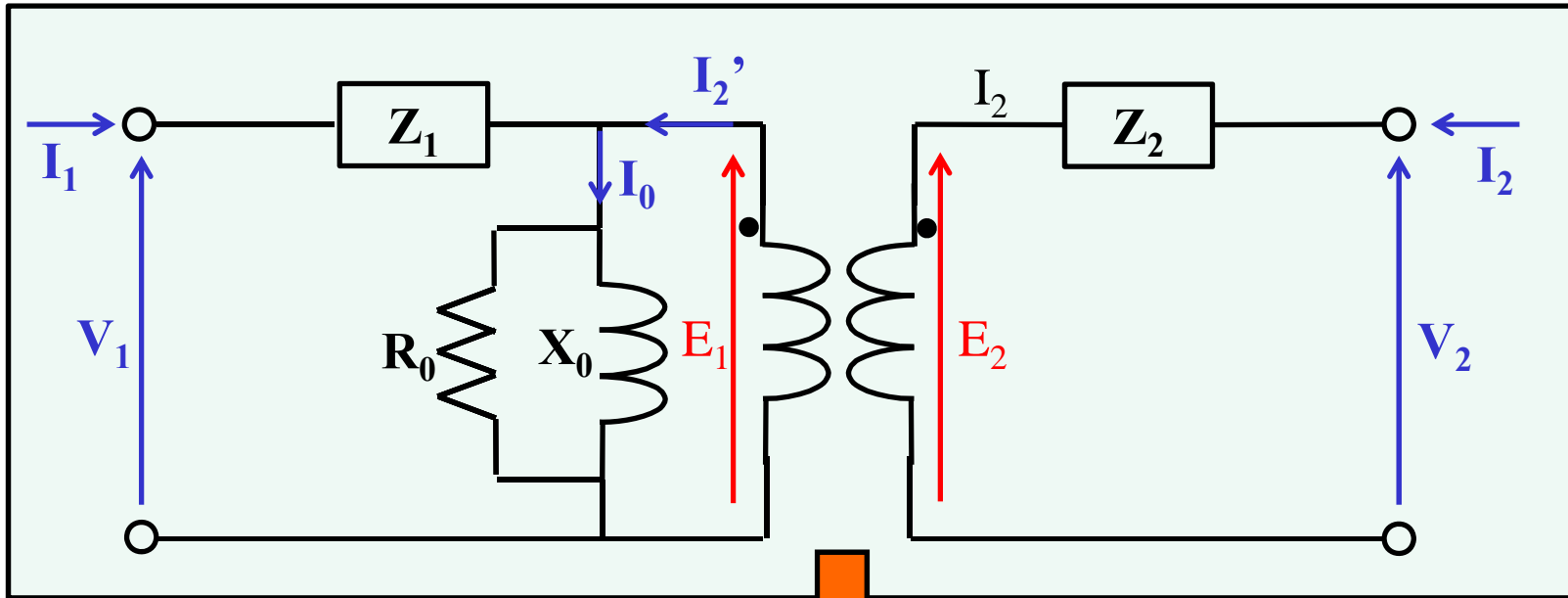


$$R_b i_b^2 = R'_b i_a^2 \quad \longrightarrow \quad R'_b = R_b \left(\frac{i_b}{i_a} \right)^2 = R_b \left(\frac{N_a}{N_b} \right)^2 = \frac{R_b}{k^2}$$



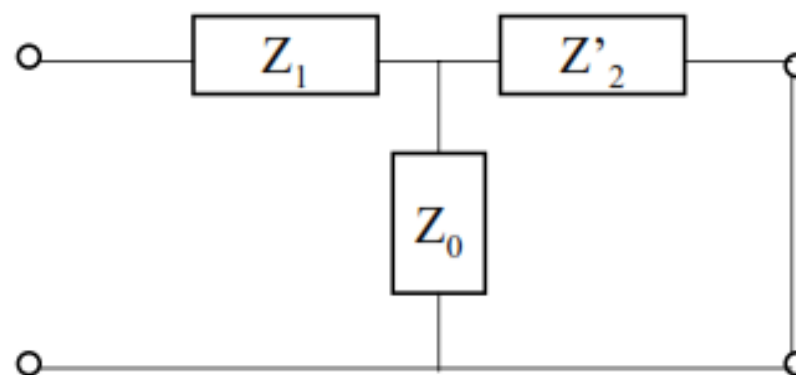
$$X_b i_b^2 = X'_b i_a^2 \quad \longrightarrow \quad X'_b = X_b \left(\frac{i_b}{i_a} \right)^2 = X_b \left(\frac{N_a}{N_b} \right)^2 = \frac{X_b}{k^2}$$

Circuito ridotto sul lato 1

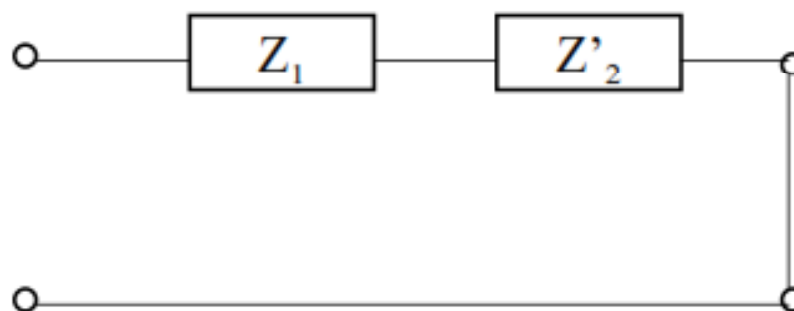


L'impedenza vista dai morsetti di alimentazione nel funzionamento in corto circuito è:

$$\bar{Z}_{cc} = \bar{Z}_1 + \frac{\bar{Z}'_2 * \bar{Z}_0}{\bar{Z}'_2 + \bar{Z}_0}$$

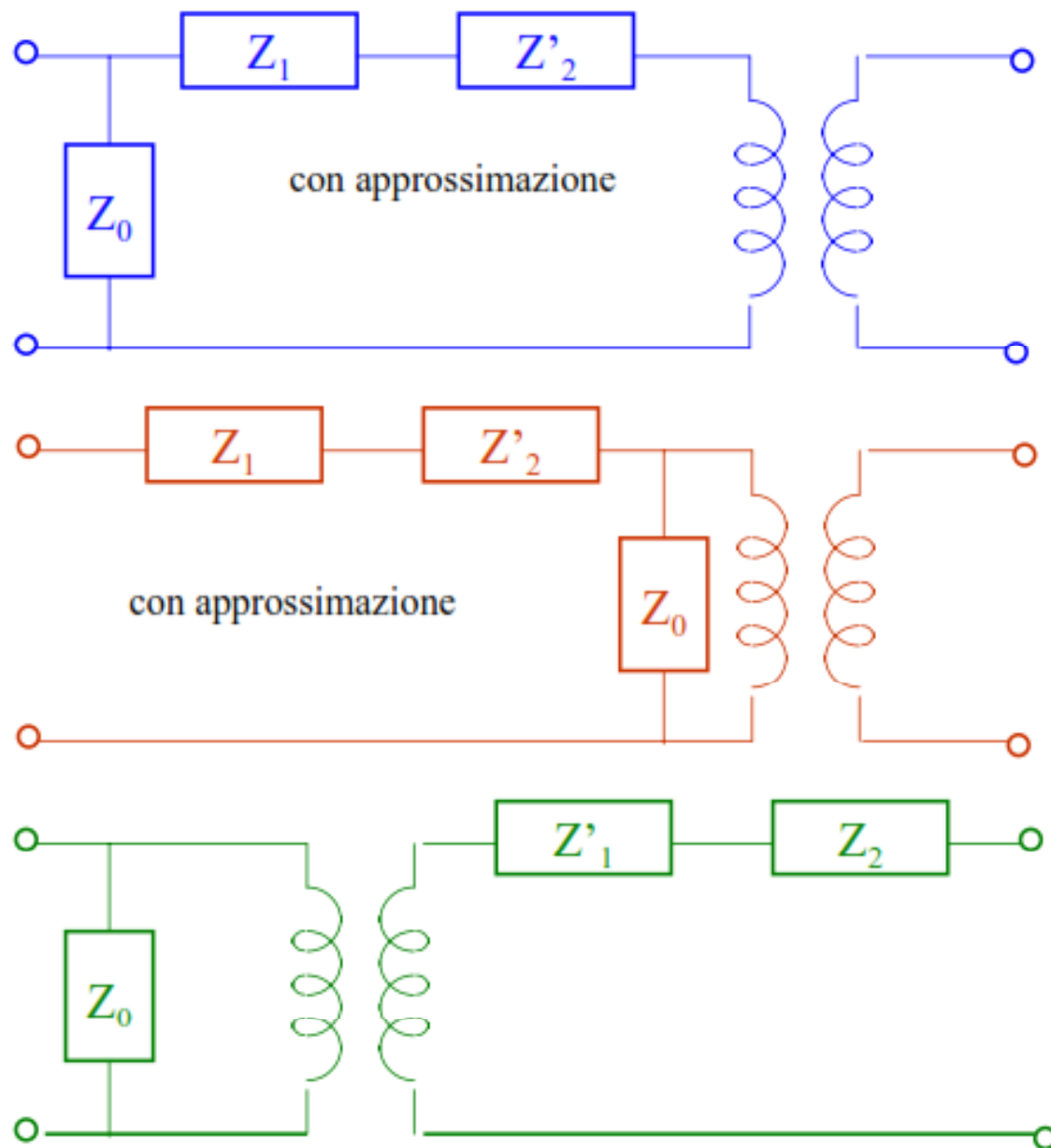


Poiché $\bar{Z}'_2 \ll \bar{Z}_0 \rightarrow \bar{Z}'_{cc} \cong \bar{Z}_1 + \bar{Z}'_2$

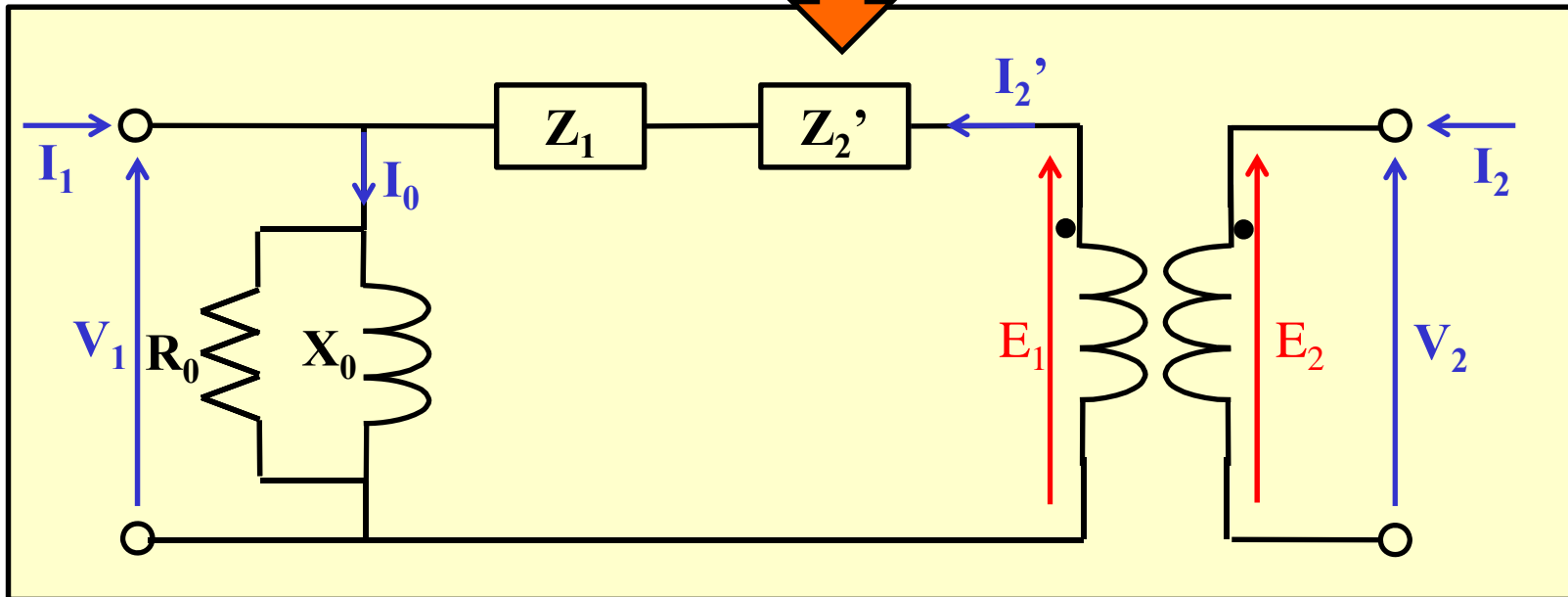
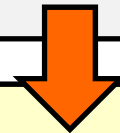
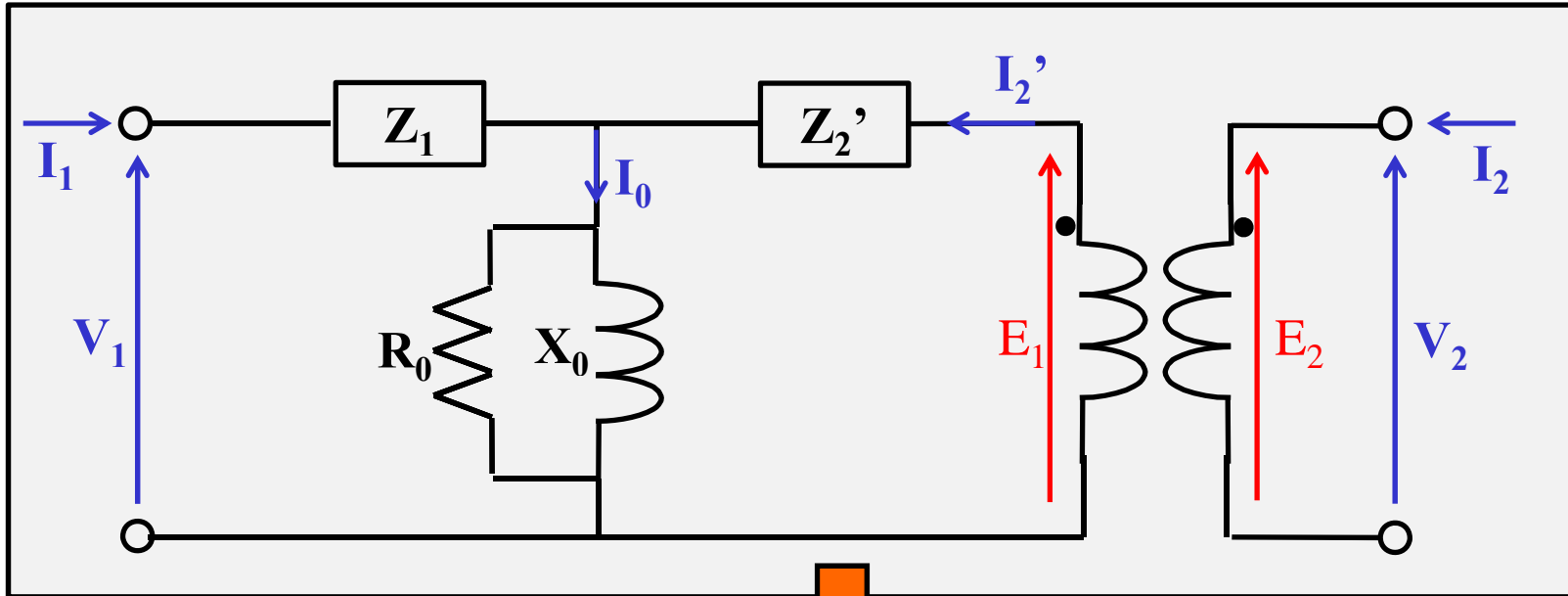


Z_{cc} è l'IMPEDENZA DI CORTO CIRCUITO DEL TRASFORMATORE

Altri possibili circuiti equivalenti sono i seguenti:



Circuito semplificato



POTENZA NOMINALE DI UN TRASFORMATORE

Per giungere alla definizione della potenza nominale, si noti che:

- le perdite nel trasformatore sono funzione del flusso (e quindi della f.e.m. E) (PERDITE NEL FERRO) e della corrente (PERDITE NEL RAME).
- il rapporto tra le tensioni primaria e secondaria è definito in modo univoco solo a vuoto.
- si introduce la TENSIONE NOMINALE DEL PRIMARIO (avvolgimento alimentato) V_{1n} e si deduce la tensione nominale secondaria V_{2n} (avvolgimento su cui è collegato il carico) come tensione secondaria a vuoto V_{20} .

Risulta:
$$\frac{V_{2n}}{V_{1n}} = \frac{V_{20}}{V_{1n}} = k$$

POTENZA NOMINALE DI UN TRASFORMATORE

- si introduce la CORRENTE NOMINALE SECONDARIA (avvolgimento chiuso sul carico) I_{2n} e si deduce la corrente nominale primaria I_{1n} mediante il rapporto spire (relazione valida solo in corto circuito).

Risulta:
$$\frac{I_{1n}}{I_{2n}} = k$$

➔
$$\frac{V_{2n}}{V_{1n}} = \frac{V_{20}}{V_{1n}} = \frac{I_{1n}}{I_{2n}} = k$$

➔
$$V_{2n} I_{2n} = V_{20} I_{2n} = V_{1n} I_{1n}$$

POTENZA NOMINALE DI UN TRASFORMATORE

Si definisce POTENZA NOMINALE DI UN TRASFORMATORE (potenza resa al secondario espressa in [VA]) il prodotto della corrente secondaria nominale I_{2n} per la tensione secondaria a vuoto ($V_{20} = V_{2n}$).

Per la relazione già introdotta tra le grandezze primarie e secondarie risulta inoltre:

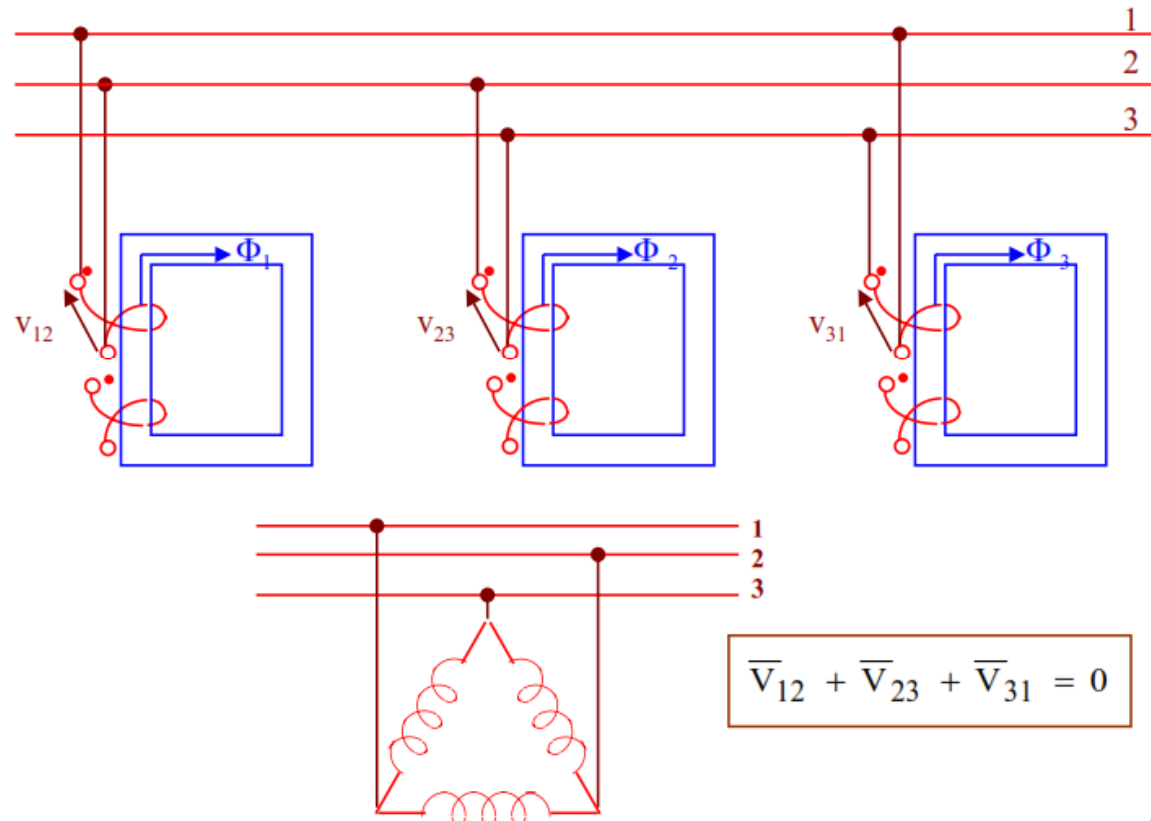
$$A_n = V_{2n} I_{2n} = V_{1n} I_{1n}$$

e cioè le potenze nominali primarie e secondarie sono uguali.

TRASFORMATORI TRIFASE

L'esistenza di linee di trasmissione di energia elettrica trifase imporrebbe la presenza di 3 trasformatori monofase ogni qualvolta si intendesse realizzare una trasformazione delle grandezze elettriche tensione e corrente.

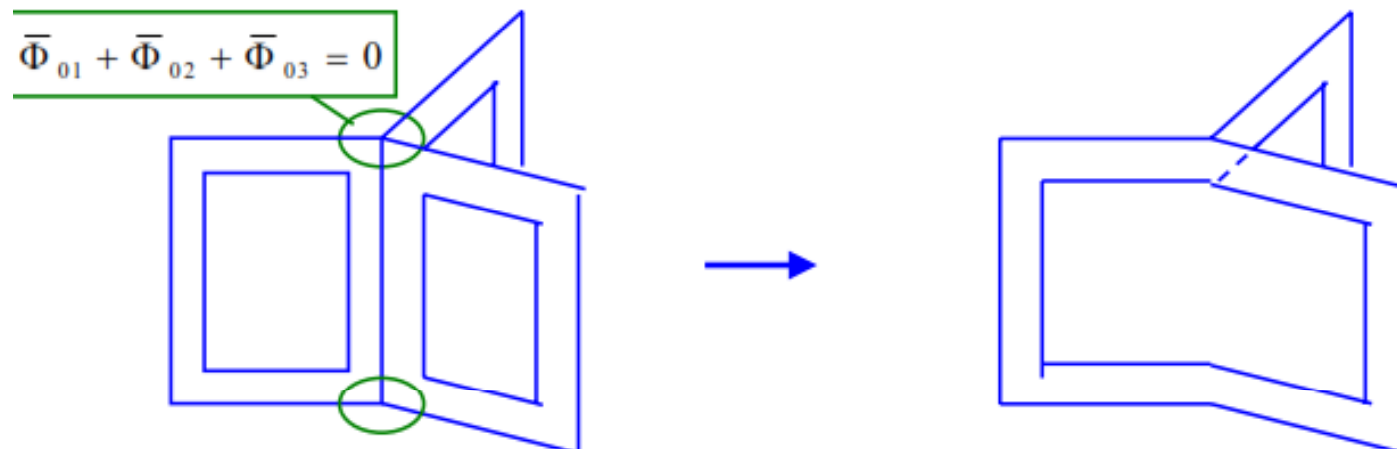
In questo caso si giungerebbe ad un sistema del tipo indicato in figura (si suppone un collegamento a Δ e di essere in regime alternato sinusoidale).



Nell'ipotesi di trascurare le cadute di tensione nei circuiti equivalenti risulta:

$$\begin{array}{lcl}
 \bar{V}_{12} \cong \bar{E}_{12} & \xrightarrow{\text{si associa}} & \bar{\Phi}_{01} \\
 \bar{V}_{23} \cong \bar{E}_{23} & \xrightarrow{\text{si associa}} & \bar{\Phi}_{02} \\
 \bar{V}_{31} \cong \bar{E}_{31} & \xrightarrow{\text{si associa}} & \bar{\Phi}_{03}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \bar{\Phi}_{01} \\ \bar{\Phi}_{02} \\ \bar{\Phi}_{03} \end{array}} \right\} \longrightarrow \bar{\Phi}_{01} + \bar{\Phi}_{02} + \bar{\Phi}_{03} = 0$$

Sfruttando la relazione precedente si può arrivare ad una semplificazione costruttiva:



Nella colonna centrale circola un flusso risultante nullo e quindi la colonna centrale comune ai tre trasformatori può essere eliminata.

N.B.: Ciò è vero se il sistema di tensioni è simmetrico, se i tre trasformatori sono uguali e se il carico è ripartito in modo uniforme sulle tre fasi.

Se il carico è squilibrato, le cadute di tensione sono diverse, così pure le E, e quindi la loro somma (e quella dei flussi) non è più nulla.

Esiste quindi una differenza di potenziale magnetico ΔU tra il nodo superiore e quello inferiore.

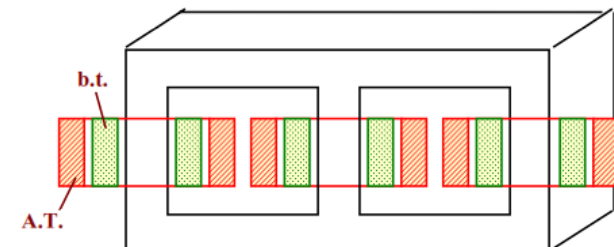
La stessa cosa accade se, a pari flusso, le riluttanze dei tronchi di circuito magnetico sono diverse tra loro.

Con $\Delta U \neq 0$ ci sarà un flusso in aria tra il nodo superiore e quello inferiore pari alla somma dei tre flussi:

$$\bar{\Phi}_a = \bar{\Phi}_{01} + \bar{\Phi}_{02} + \bar{\Phi}_{03}$$

Tale flusso è generalmente piccolo perché la riluttanza del tronco in aria è elevata.

In pratica si utilizzano circuiti magnetici a 3 colonne:



COLLEGAMENTI TRA AVVOLGIMENTI DI FASE NEI TRASFORMATORI TRIFASE

Gli avvolgimenti di fase possono essere collegati tra di loro a stella o a triangolo.

Si indica generalmente con la maiuscola l'A.T. e con la minuscola la b.t.:

A.T. \rightarrow **D** **Y**

b.t. \rightarrow **d** **y**

Esempi di collegamenti:

stella-stella

Y **y**

triangolo-triangolo

D **d**

COLLEGAMENTI OMONIMI

triangolo-stella

D **y**

stella-triangolo

Y **d**

COLLEGAMENTI ETERONIMI

Si definisce:

RAPPORTO DI TRASFORMAZIONE $K_T =$

$$= \frac{\text{tensione concatenata a vuoto SECONDARIA}}{\text{tensione concatenata a vuoto PRIMARIA}}$$

$$\text{RAPPORTO SPIRE } K_S = \frac{\text{spire avvolgimento SECONDARIO}}{\text{spire avvolgimento PRIMARIO}}$$

$$= \frac{\text{f.e.m. di fase SECONDARIA}}{\text{f.e.m. di fase PRIMARIA}}$$

Risulta:

$$K_T = K_S \quad \rightarrow \quad \text{per collegamenti OMONIMI}$$

$$K_T = \sqrt{3} K_S \quad \rightarrow \quad \text{per collegamenti } Y \quad d$$

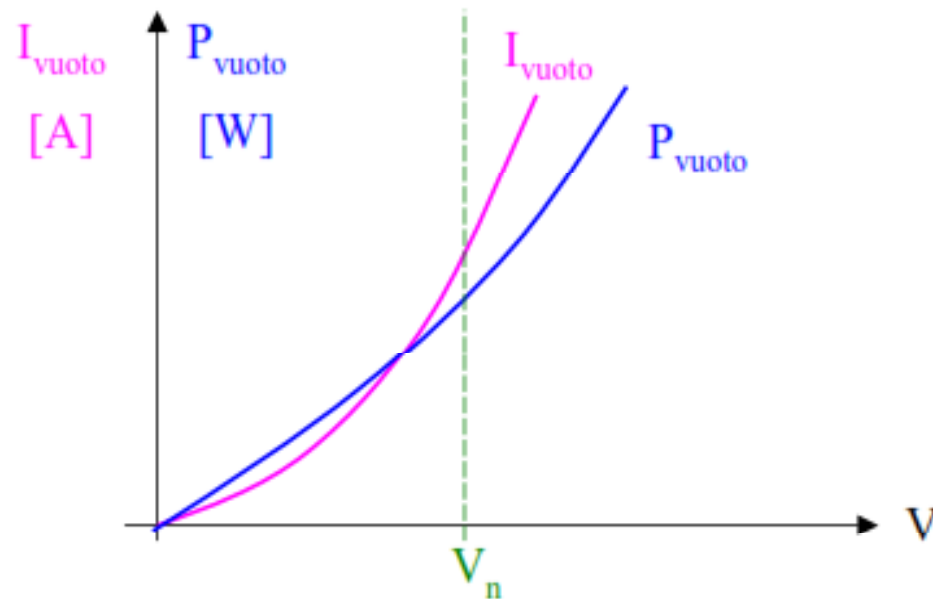
$$K_T = \frac{K_S}{\sqrt{3}} \quad \rightarrow \quad \text{per collegamenti } D \quad y$$

Parametri caratteristici dei trasformatori a regime

FUNZIONAMENTO A VUOTO

(a tensione primaria nominale e a frequenza nominale)

Da misure eseguite sul trasformatore a vuoto si ottengono le seguenti grandezze (al variare della tensione primaria):



FUNZIONAMENTO A VUOTO

Si noti che:

- le perdite a vuoto sono quasi esclusivamente perdite nel ferro e non dipendono dalla scelta del lato di trasformatore alimentato dalla rete (dipendono dal flusso che attraversa il circuito magnetico). Queste perdite si possono considerare indipendenti dalla temperatura;
- il valore della corrente a vuoto dipende dal lato del trasformatore alimentato dalla rete.

Si definisce:

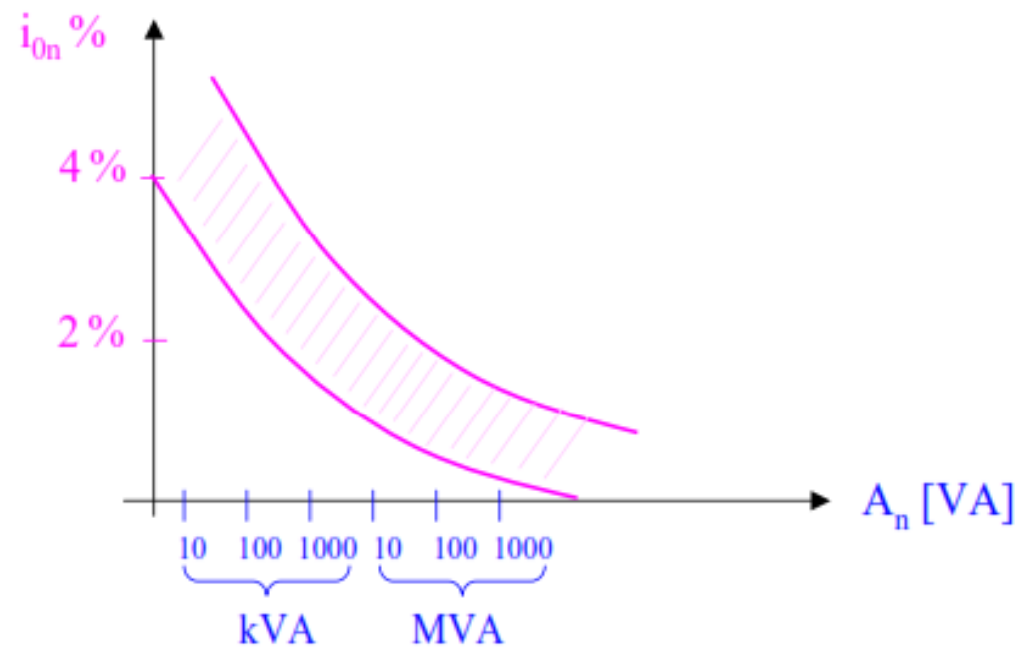
CORRENTE A VUOTO PERCENTUALE:

$$i_{0n} \% = \frac{I_{0n}}{I_n} * 100 = \frac{V_n I_{0n}}{V_n I_n} * 100 = \frac{A_{0n}}{A_n} * 100$$

(si vede che $i_{0n} \%$ è indipendente dalla scelta del lato da alimentare dalla rete)

FUNZIONAMENTO A VUOTO

Per trasformatori trifase il valore di $i_{0n}\%$ varia come riportato nel seguente diagramma:



FUNZIONAMENTO IN CORTO CIRCUITO

Si definisce:

V_{ccn} = TENSIONE DI CORTO CIRCUITO ALLA CORRENTE NOMINALE
= tensione che bisogna applicare alla macchina in corto circuito per avere la corrente nominale

Questo valore varia a seconda che ci si riferisca al lato A.T. o b.t.

Si introduce il valore percentuale:

TENSIONE DI CORTO CIRCUITO PERCENTUALE:

$$V_{cc} \% = \frac{V_{ccn}}{V_n} * 100 = \frac{Z_{cc} I_n}{V_n} * 100 = \frac{Z_{cc}}{Z_n} * 100 = \frac{Z_{cc} I_n}{V_n} * \frac{I_n}{I_n} * 100 = \frac{Z_{cc} I_n^2}{A_n} * 100 = \frac{A_{ccn}}{A_n} * 100$$

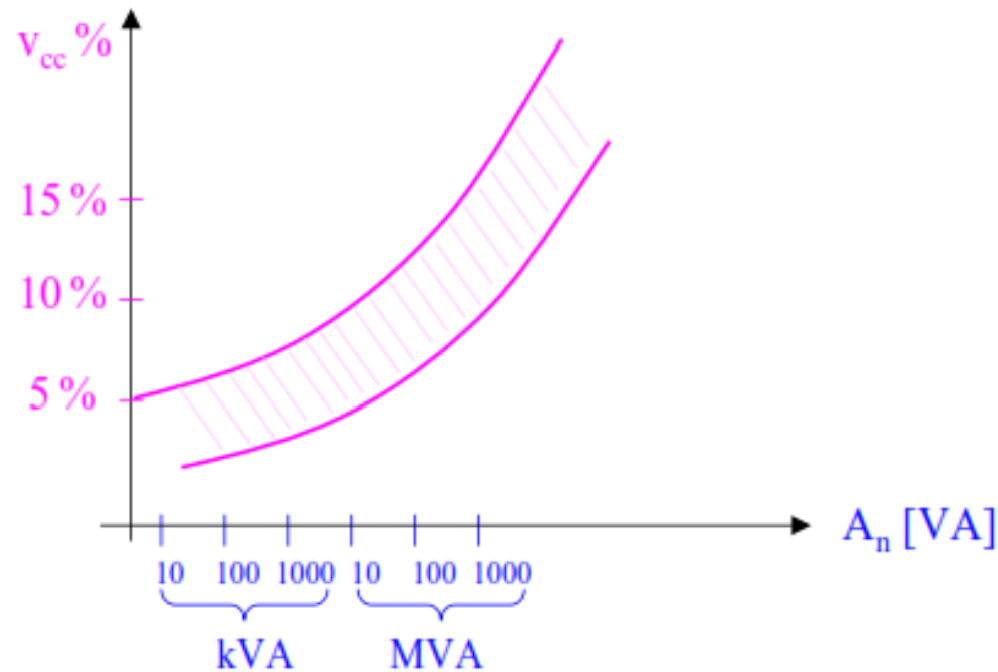
Il valore % è indipendente dal lato del trasformatore che si considera.

N.B.: $Z_{cc} = \sqrt{Z_1^2 + Z_2'^2}$

$$\bar{A}_{ccn} = \underbrace{(R_1 + R_2') I_n^2}_{P_{ccn}} + j \underbrace{(X_1 + X_2') I_n^2}_{Q_{ccn}}$$

FUNZIONAMENTO IN CORTO CIRCUITO

I valori medi di $v_{cc}\%$ per i trasformatori trifase sono riportati nel seguente diagramma:



N.B.: Z_{cc} = impedenza di corto circuito

$I_{cc} = V_n / Z_{cc}$ = corrente di corto circuito a tensione nominale

$V_{ccn} = Z_{cc} I_n$ = tensione di corto circuito a corrente nominale

DATI DI TARGA DI UN TRASFORMATORE TRIFASE

<u>Dati nominali:</u>	POTENZA NOMINALE	A_n	[VA]
	FREQUENZA NOMINALE	f_n	[Hz]
	TENSIONE CONCATENATA NOMINALE PRIMARIA	V_{1n}	[V]
	TENSIONE CONCATENATA NOMINALE SECONDARIA	V_{2n}	[V]

Tipo di collegamento e indice orario

Tipo di raffreddamento e tipo di servizio

<u>Risultati di prove:</u>	a vuoto	$i_{0n} \%$	$P_{0n} \%$
	in corto circuito	$v_{ccn} \%$	$P_{ccn} \%$

2. Un trasformatore trifase in olio raffreddato ad aria ha i seguenti dati di targa:

$A_n = 7500$ kVA	Potenza nominale
$V_{1n} = 15000$ V	Tensione nominale primaria
$V_{2n} = 33000$ V	Tensione nominale secondaria

Gli avvolgimenti sono collegati secondo lo schema Yd 11.

I risultati delle prove a vuoto e in corto circuito sono riportati nella tabella che segue (le misure sono state eseguite alla temperatura di 19°C).

Prove a vuoto (misure lato bassa tensione)		
V_0 [V]	I_0 [A]	W_0 [W]
15.000	1,33	7.440
Prove in corto circuito (misure sul lato bassa tensione)		
V_{cc} [V]	I_{cc} [A]	W_{cc} [W]
1.085	I_{nom}	47.870

Si determinino i parametri del circuito equivalente del trasformatore.

Si determini inoltre la **regolazione di tensione** a pieno carico e il **rendimento** del trasformatore alla temperatura convenzionale di 75°.

Regolazione di tensione di un trasformatore.

È il rapporto percentuale tra la caduta di tensione che si verifica per effetto della corrente del carico, divisa per la tensione nominale. (Tutte le tensioni riferite a un lato del trasformatore)

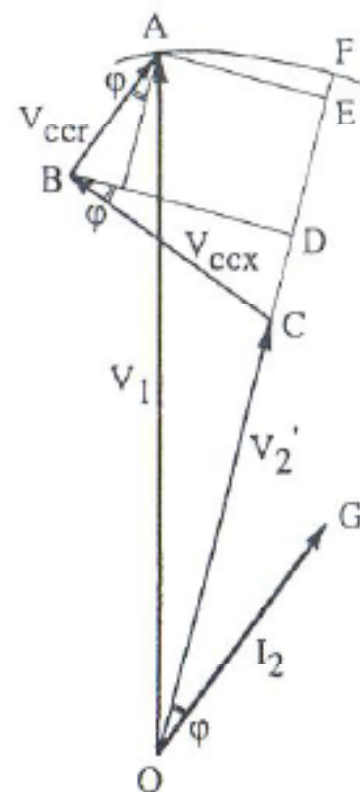
$$\begin{aligned}
 e &= 100 \frac{\bar{V}_1 - \bar{V}'_2}{V_1} = 100 \frac{\bar{OA} - \bar{OC}}{OA} = 100 \frac{\bar{OF} - \bar{OC}}{OA} = 100 \frac{\bar{CF}}{OA} = \\
 &= 100 \frac{\bar{CD} + \bar{DE} + \bar{EF}}{OA} = 100 \left(\frac{\bar{BC} \operatorname{sen} \varphi + \bar{AB} \operatorname{cos} \varphi}{OA} + \frac{\bar{EF}}{OA} \right) = \\
 &= V_{ccr} \operatorname{sen} \varphi + v_{ccr} \operatorname{cos} \varphi + 100 \frac{\bar{EF}}{OA}
 \end{aligned}$$

$$\frac{\bar{EF}}{AE} = \frac{AE}{OE+OF}; \quad \bar{EF} = \frac{AE^2}{OE+OF} = \frac{AE^2}{2OF} = \frac{AE^2}{2OA}$$

da cui:

$$\frac{\bar{EF}}{OA} = \frac{AE^2}{2OA^2} = \frac{(\bar{BC} \operatorname{cos} \varphi - \bar{AB} \operatorname{sen} \varphi)^2}{2OA^2} = \frac{(v_{ccr} \operatorname{cos} \varphi - v_{ccr} \operatorname{sen} \varphi)^2}{2 \times 100 \times 100}$$

$$e = v_{ccr} \operatorname{sen} \varphi + v_{ccr} \operatorname{cos} \varphi + \frac{(v_{ccr} \operatorname{cos} \varphi - v_{ccr} \operatorname{sen} \varphi)^2}{2 \times 100}$$



OA = Tensione ai morsetti primaria

OC = Tensione ai morsetti secondaria riportata al primario

AB = Caduta di tensione resistiva a pieno carico

BC = Caduta di tensione reattiva a pieno carico

OG = Corrente secondaria a pieno carico

Circuito equivalente di un trasformatore trifase equilibrato

1. Calcolare i valori delle correnti nominali (se non disponibili)

$$I_{1n} = \frac{A_n}{\sqrt{3} \cdot V_{1n}} \quad I_{2n} = \frac{A_n}{\sqrt{3} \cdot V_{1n}}$$

2. Riportare i dati disponibili concatenati o di linea (dati di targa, misure effettuate) al valore di fase

$$\text{Collegamento } Y: V_f = V; \quad I_f = I / \sqrt{3}; \quad P_f = P_{tot} / 3$$

$$\text{Collegamento } D: V_f = V / \sqrt{3}; \quad I_f = I; \quad P_f = P_{tot} / 3$$

3. Calcolare i parametri del circuito equivalente, semplificato o esatto, e riportarli se necessario a uno stesso lato

4. Risolvere il circuito su un lato e riportare se necessario i risultati (tensioni, correnti in uscita) al lato appropriato utilizzando opportunamente il rapporto di trasformazione

Rendimento di un trasformatore trifase

$$\eta = \frac{P_{resa}}{P_{entrante}}$$

$$P_{resa} = \alpha A_n \cos \varphi \quad \alpha \text{ coefficiente di utilizzo o di carico}$$

$$P_{entrante} = P_{resa} + P_{perdite}$$

$$P_{perdite} = P_{Fe} + P_{Cu}$$

$$\eta = \frac{\alpha A_n \cos \varphi}{\alpha A_n \cos \varphi + P_{Fe} + \alpha^2 P_{Cu}}$$

