

Contrôle des vibrations transversales des câbles des ponts à haubans par des alliages à mémoire de forme

Salsabil Soltane¹, Othman Ben Mekki¹, Sami Montassar¹, Ferdinando Auricchio²

(1) Laboratoire de Génie Civil, LGC, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis

(2) Structural Mechanics Department, University of Pavia, Italy

Résumé Dans ce travail, on étudie l'amortissement de vibration des haubans par le biais d'un actionneur en alliage à mémoire de forme (SMA). Un modèle linéaire qui détermine la réponse dynamique d'un hauban équipé d'un amortisseur SMA est proposé. Une étude numérique est également effectuée pour analyser la réponse du câble sans et avec amortisseur SMA d'une part et d'autre part, pour étudier l'influence de la super-élasticité de l'actionneur sur sa capacité d'amortissement.

Mots clés : Câble, Contrôle passif, super-élasticité, SMA.

1 Introduction

Les haubans sont des structures très souples, légères et de faible taux d'amortissement (de l'ordre de 1%). Ils sont donc sujettes à des sollicitations dynamiques qui peuvent être accompagnées par des oscillations de grande amplitude aboutissant à la fatigue des haubans, la réduction de leur vie de service et même la ruine complète de la structure. Ces vibrations peuvent être induites par le vent, par l'excitation conjointe du vent et de la pluie, par les excitations paramétriques causés par le mouvement du tablier ou bien des pylônes et par les excitations dues au séisme...

Afin d'atténuer les effets des sollicitations dynamiques sur les haubans, le contrôle de ces structures devient d'intérêt capitale ce qui explique l'évolution qu'il trouve depuis quelques années. Des approches de type aérodynamique, structurelle et mécanique ont été adoptées.

L'approche aérodynamique consiste à traiter la surface du câble afin d'améliorer sa rugosité et ses propriétés aérodynamiques, une surface très lisse peut éviter l'instabilité aérodynamique [4]. Cependant, cette approche reste limitée vu qu'il n'existe pas une relation directe entre le traitement aérodynamique et l'amélioration des performances du câble. Une autre possibilité structurelle tend à amortir les vibrations des câbles appelée «crossing-ties» [4]. Elle consiste à lier plusieurs câbles afin d'améliorer leur rigidité et augmenter leur amortissement. Cette approche trouve de nombreuses utilisations surtout aux Etats-Unis et au Canada. Toute fois, en absence d'un modèle de conception bien déterminé, le «crossing-ties» reste limité vu qu'il perturbe l'esthétique des ponts à haubans. Par ailleurs, l'approche mécanique se fonde sur l'utilisation des amortisseurs mécaniques vu qu'ils fournissent un amortissement considérable et présentent une facilité d'exécution. Ces amortisseurs se divisent en trois classes : passifs, actifs et semi-actifs suivant leur dépendance d'une source d'énergie externe. Les amortisseurs passifs ont l'avantage de ne pas consommer de l'énergie de l'extérieur, ils sont fondamentalement stables et en général peu coûteux. Cependant, les amortisseurs actifs

nécessitent une source importante de l'énergie externe qui est pratiquement difficile d'être fournie et maintenue. Alors que les amortisseurs semi-actifs ne nécessitent qu'une faible source de l'énergie afin de pouvoir modifier les propriétés mécaniques de l'actionneur semi actif. Parmi les amortisseurs semi actifs les plus utilisés pour le contrôle des haubans, on cite les amortisseurs magnétorheologiques (MR) et les amortisseurs electroreologiques (ER).

Un autre matériau prometteur qui a montré un grand potentiel pour la réduction des vibrations des haubans est l'alliage à mémoire de forme (SMA). Il trouve des applications dans plusieurs domaines du génie civil grâce à sa large capacité d'amortissement, sa longue durée de vie et sa bonne résistance à la corrosion [5].

Dans ce papier on présente la capacité de l'actionneur SMA à amortir les vibrations des haubans. La première partie de ce travail présente les hypothèses de linéarisation du modèle 3D du câble. La deuxième partie est consacrée, en utilisant un modèle 1D du SMA, à une étude numérique sur un modèle de câble qui met en évidence la capacité des paramètres optimaux de cet actionneur à réduire les oscillations de haubans.

2 Equations dynamiques des haubans

Pour des petits déplacements, le câble se comporte comme un fil sauf que la tension dynamique n'intervient que dans le cas d'un câble. Par suite, on va commencer de développer l'équation de vibration transversale d'un fil.

2.1 Equation de vibration transversale d'un fil

Vu son faible diamètre vis-à-vis de sa longueur le fil est très souple et généralement considéré flexible. Il n'offre donc de résistance ni à la torsion ni à la flexion, ni à l'effort tranchant, ni à la compression. Il ne peut travailler qu'à la traction. L'effort de traction, souvent appelé tension, est dirigé suivant l'axe du fil. Soit un élément ds du fil soumis à un chargement vertical (Figure 1), on désigne par:

$T(s)$: la tension statique du fil, $\rho(s)$: sa densité, $A(s)$: sa section, $f_y(s, t)$: la charge vertical répartie appliquée au fil et $y(s, t)$: son déplacement transversal.

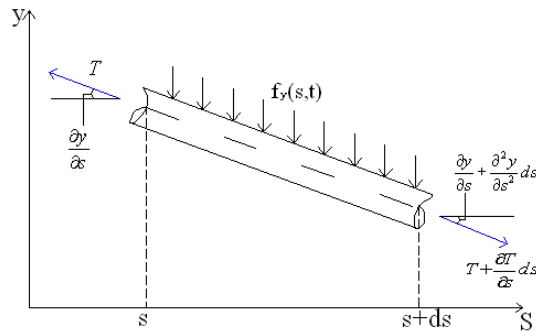


Figure 1. Élément ds d'un fil

En projetant sur l'axe vertical, la mise en équation est effectuée à l'aide de la 2^{ème} loi de Newton appliquée à cet élément ds :

$$\left(T(s) + \frac{\partial T(s)}{\partial s} ds\right) \sin\left(\frac{\partial y(s,t)}{\partial s} + \frac{\partial^2 y(s,t)}{\partial s^2} ds\right) - T(s) \sin\left(\frac{\partial y(s,t)}{\partial s}\right) + f_y(s,t) ds = \rho(s) A(s) ds \frac{\partial^2 y(s,t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

En négligeant le terme du second ordre en ds et en considérant une petite vibration transversale, l'équation (1) se ramène à la forme suivante:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(T(s) \frac{\partial y(s,t)}{\partial s} \right) + f_y(s,t) = \rho(s) A(s) \frac{\partial^2 y(s,t)}{\partial t^2} \quad 0 \leq s \leq L \quad (2)$$

On notera que l'équation (2) est l'équation différentielle gouvernant la vibration transversale d'un fil inextensible.

2.2 Equations dynamiques d'un hauban

Les câbles ont un comportement non linéaire. La non linéarité est généralement géométrique (effet du poids propre du câble). En effet, il est connu qu'un câble est fixé à ses deux extrémités soumis à son poids propre et à une force de tension axiale va fléchir légèrement par rapport à la position de la corde

qui lie ses deux points d'attache donnant ainsi une relation non linéaire entre la force et le déplacement [6].

A sa position d'équilibre, le câble dont sa corde est de longueur L est fixé entre deux extrémités A (tablier) et B (pylône), l'inclinaison est définie par un angle θ par rapport à l'axe horizontal. (Figure 2)

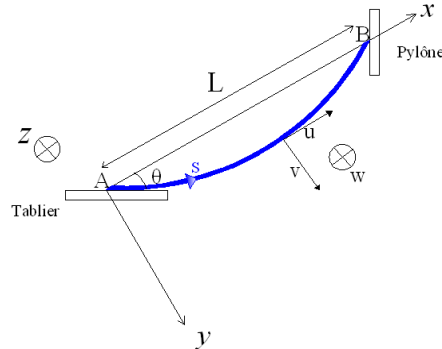


Figure2. Modèle d'un câble incliné

En se référant à [1], le modèle non linéaire d'un câble incliné est donné dans le système de coordonnées local (Axyz) par les équations suivantes:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial s} \left[(T + \tau) \left(\frac{dx}{ds} + \frac{\partial u}{\partial s} \right) \right] + F_x(x, t) = m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - mg \sin \theta \\ \frac{\partial}{\partial s} \left[(T + \tau) \left(\frac{dy}{ds} + \frac{\partial v}{\partial s} \right) \right] + F_y(x, t) = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - mg \cos \theta \\ \frac{\partial}{\partial s} \left[(T + \tau) \frac{\partial w}{\partial s} \right] + F_z(x, t) = m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{cases} \quad (3)$$

Où T désigne la tension statique, τ la surtension dynamique, u , v et w les composantes de déplacement du câble suivant les directions x , y et z respectivement mesurées à partir de la position d'équilibre statique et F_x , F_y et F_z les composantes du chargement dynamique extérieur par unité de longueur suivant les directions x , y et z respectivement.

On adopte les conditions aux limites générales suivantes :

$$\begin{aligned} u(0, t) &= u_A(t) & u(L, t) &= u_B(t) \\ v(0, t) &= v_A(t) & v(L, t) &= v_B(t) \\ w(0, t) &= w_A(t) & w(L, t) &= w_B(t) \end{aligned} \quad (4)$$

L'équilibre statique du câble, en considérant le poids propre, est donné par le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial s} \left[T \frac{dx}{ds} \right] = -mg \sin \theta \\ \frac{\partial}{\partial s} \left[T \frac{dy}{ds} \right] = -mg \cos \theta \end{cases} \quad (5)$$

En considérant l'hypothèse d'un petit déplacement ($dx \approx ds$), le profil statique du câble incliné peut

$$\text{être approché par une parabole d'équation : } y(x) = 4d \left(\frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right) \quad (6)$$

Avec $d = \frac{mg \cos \theta L^2}{8T}$ est la flèche au milieu du câble.

Un câble fortement tendu se comporte comme une corde vibrante ; sa fréquence fondamentale transversale est plus petite que sa fréquence fondamentale longitudinale. De ce fait, d'inertie longitudinale et la déformation longitudinale peuvent être omises. Ces hypothèses conduisent à simplifier la première équation du système (3) (la surtension dynamique est constante le long du câble).

$$\frac{\partial \tau(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

On obtient ainsi le système non-linéaire de deux équations couplées par un terme non local :

$$\begin{cases} (T + \tau) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \tau \frac{d^2 y}{d^2 x} + F_y(x,t) = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ (T + \tau) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + F_Z = m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{cases} \quad (8)$$

• Calcul de la tension dynamique

La tension dynamique est liée à la déformation dynamique par la relation suivante [2]:

$$\tau(x,t) = EA \varepsilon(x,t) \quad (9)$$

Avec E est le module de Young, A est la section du câble et $\varepsilon(x, t)$ est la déformation dynamique définie comme suit [3]:

$$\varepsilon(x,t) \approx \varepsilon(t) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{dy}{dx} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (10)$$

Dans le cas des petites déformations autour de la position d'équilibre, en négligeant l'effet du second ordre, l'expression de la tension dynamique se réduit à:

$$\tau(x,t) = EA \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{dy}{dx} \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (11)$$

En utilisant cette dernière équation, la première équation du système (7) s'écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{dy}{dx} \frac{\partial v}{\partial x} = C \quad (12)$$

Pour calculer C il suffit d'intégrer (11) tout en tenant compte des conditions aux limites données en

$$(4) : C = -\frac{1}{L} \frac{d^2 y}{d^2 x} \int_0^L v(x,t) dx + \frac{1}{L} \left[(u_B(t) - u_A(t)) + \left(\frac{dy}{dx}(L) v_B(t) - \frac{dy}{dx}(0) v_A(t) \right) \right] \quad (13)$$

Afin de simplifier les calculs, on prend les conditions aux limites comme suit :

$$u_A(t) = u_B(t) = v_A(t) = v_B(t) = 0$$

On remplace (11) et (12) dans la deuxième équation du système (7) on trouve l'expression de l'équation vérifiée par le déplacement transversal sous la forme suivante:

$$m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - T v''(x,t) + \frac{EA}{L} (y''(x))^2 \int_0^L v(x,t) dx = F_y(x,t) \quad (14)$$

et v'' désignent les dérivées partielles secondes du déplacement transversal par rapport à t et à x respectivement.

2.3 Equation de vibration transversale d'un câble équipé par un amortisseur SMA

Le SMA dispose de deux phases cristallographiques : austénitique et martensitique. En refroidissant, le SMA entre dans la phase austénitique qui est une phase solide se caractérisant par une organisation précise des atomes généralement cubiques. Lorsqu'on refroidit de plus, la forme cubique des atomes évolue et devient un parallélogramme avec une orientation variée donnant lieu à la phase martensitique [7]. Cette structure (parallélogramme) est peu solide et susceptible de se déformer facilement. Contrairement à la phase austénitique, elle présente une seule orientation des atomes et elle résiste à des contraintes extérieures. Le SMA présente deux comportements distincts : l'effet mémoire de forme (SME) et la superélasticité ce qui le permettent d'être utilisé comme un amortisseur de contrôle des structures civiles [8]. On parle du SME lorsque l'alliage trouve sa forme initiale après chauffage. Cependant, la superélasticité est le phénomène où le SMA peut subir une grande déformation inélastique et récupère sa forme après déchargement de la contrainte. [7]

Dans cette partie, on considère un câble fixé entre deux supports de hauteurs différentes et avec une inclinaison considérable. Un amortisseur SMA est installé perpendiculairement au câble à une distance

x_c de son extrémité gauche A et exerce une force d'amortissement transversale f_c . L'association câble/SMA est montrée dans la figure 3.

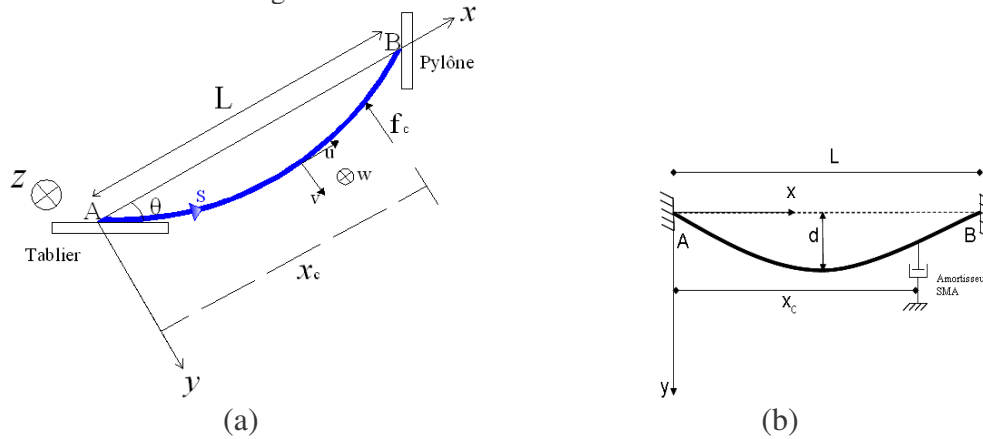


Figure 3. Câble incliné équipé d'un amortisseur. (a) système câble incliné /SMA
(b) Système câble/SMA en plan

Dans ce cas, l'équation du déplacement transversal associée au système câble /SMA s'écrit:

$$m \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} - T v''(x,t) + \frac{EA}{L} \left(\frac{mg \cos \theta}{T} \right)^2 \int_0^L v(x,t) dx = F_y(x,t) - f_c(t) \delta(x - x_c) \quad (15)$$

On exprime le déplacement transversal par une série finie :
$$v(x,t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(t) \varphi_i(x) \quad (16)$$

Où $\alpha_i(t)$ sont appelés contributions généralisées et $\varphi_i(t)$ sont les fonctions modales satisfaisant les conditions aux limites suivantes : $\varphi_i(0) = \varphi_i(L) = 0$, l'équation (14) devient alors:

$$m_i \ddot{\alpha}_i(t) + \left(k_i + \frac{EA}{L} \frac{m^2 g^2 \cos^2 \theta}{T^2} m_i \right) \alpha_i(t) = F_{yi} - f_c(t) \varphi_i(x_c) \quad \text{pour } i = 1, \dots, N \quad (17)$$

Avec:
$$m_i = m \int_0^L \varphi_i(x) \varphi_i(x) dx, \quad k_i = T \int_0^L \varphi_i'(x) \varphi_i'(x) dx, \quad \text{et } F_{yi} = \int_0^L F_y(x,t) \varphi_i(x) dx \quad (18)$$

L'équation de mouvement peut être également donnée sous sa forme matricielle par:

$$M \ddot{\alpha}(t) + K \alpha(t) = F_{yi} - f_c(t) \varphi_i(x_c) \quad (19)$$

Où M : Matrice de masse et K : Matrice de rigidité

- Calcul des masses modales et des rigidités modales

En admettant une forme sinusoïdale pour les fonctions modales $\varphi_i(x) = \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right)$, les masses modales

et les rigidités modales s'expriment par :

$$m_{ij} = \begin{cases} m \frac{L}{2} & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases} ; \quad k_{ij} = \begin{cases} \frac{T \pi^2 i^2}{2L} & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases} ; \quad F_{yi} = \int_0^L F_y(x,t) \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) dx ; \quad \varphi_i(x_c) = \sin\left(\frac{i\pi x_c}{L}\right)$$

2.4 Loi de comportement de l'amortisseur SMA

On adopte la loi de comportement du SMA donnée par [3]. C'est un modèle unidimensionnel qui décrit la superélasticité du SMA. En fait, la superélasticité est le résultat de la phase de transformation austénite/ martensite. Quand la contrainte appliquée atteint une valeur critique, la phase austénitique commence à se transformer en martensitique. Une fois le chargement est réalisé, la phase martensitique retourne en austénitique sans déformation résiduelle [9]. Par conséquent, la courbe contrainte déformation du processus chargement déchargement forme une hystérésis comme l'a

montre la figure 4. Cette hystérésis désigne la capacité de dissipation de l'énergie et indique les propriétés d'amortissement chez un SMA. [10]

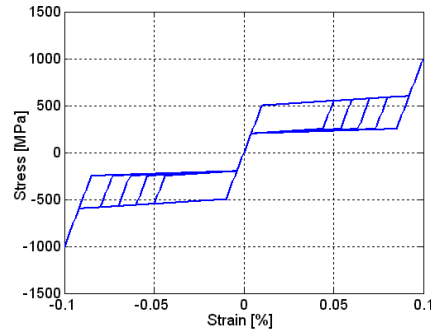


Figure 4. Comportement et hystérésis d'un modèle unidimensionnel du SMA [3]

3 Simulations numériques

L'analyse de l'effet du SMA sur la réponse dynamique du câble nécessite la résolution de l'équation (16) dans son premier mode.

Dans cette partie, on suppose que le chargement extérieur est nul ($F = 0$) et on considère seulement le premier mode de vibration. Le câble est de longueur $L = 4\text{ m}$, de masse $m = 0.55\text{ Kg m}^{-1}$ par unité de longueur, de diamètre $D=0.005$, de module élastique $E=210000\text{Nm}^{-2}$, d'angle d'inclinaison $\theta = 27.5^\circ$ par rapport à l'horizontale. On suppose que le coefficient d'amortissement interne du câble est $\zeta = 0.005$. Le SMA, installé à une distance $x_c = 0.1L$, a les paramètres suivants:

$$R_{SMA} = 0.05\text{mm}, L_{SMA} = 0.5\text{ m}.$$

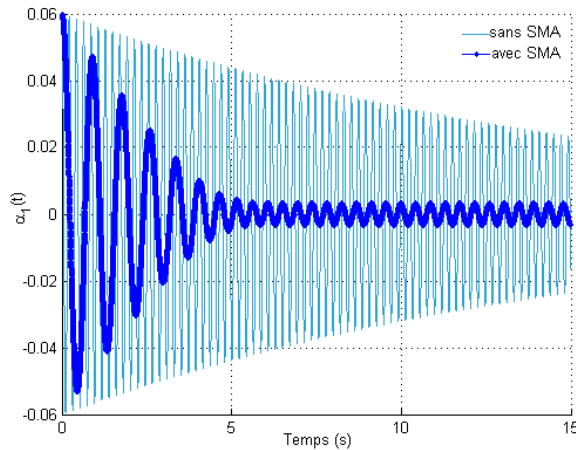


Figure 5. Vibration libre du câble sans et avec actionneur SMA

La figure 5 montre le rôle de l'actionneur SMA d'amortir les vibrations libres du câble. L'alliage fournit donc une capacité d'amortissement significative qui permet de contrôler les vibrations du câble. Cette capacité d'amortissement du SMA varie en fonction de sa section, de sa longueur et de son emplacement sur le câble.

Parmi les critères qui visent à donner des paramètres optimaux pour un SMA, on cite celui qui se base sur la méthode d'énergie développé par [11]. En effet, la performance du SMA augmente si sa capacité de dissiper l'énergie totale de la structure augmente.

L'énergie de dissipation est donc maximale si la force d'amortissement f_c , exprimée en (19), est maximale :

$$f_c(t) = EA_{SMA} \left(\frac{v(x_c, t)}{L_{SMA}} - \zeta_s \varepsilon_L \text{sign}(\varepsilon) \right) \quad (20)$$

Avec $v(x_c, t)$ est le déplacement transversal du câble à la position x_c , ζ_s est une fraction martensite du modèle uni axial du SMA, ε est la déformation totale et ε_L est la déformation maximale résiduelle. [3]

3.1 Influence de la variation de la section du SMA sur la réponse du câble

On fixe la longueur et la position du SMA à $L_{SMA} = 0.1m$ et $x_c = 0.1L$, respectivement, et on fait varier sa section. La figure 6 présente la variation de la réponse du câble et celle de la force de l'amortisseur. Elle révèle que l'amortissement du câble augmente avec l'augmentation de la section du SMA.

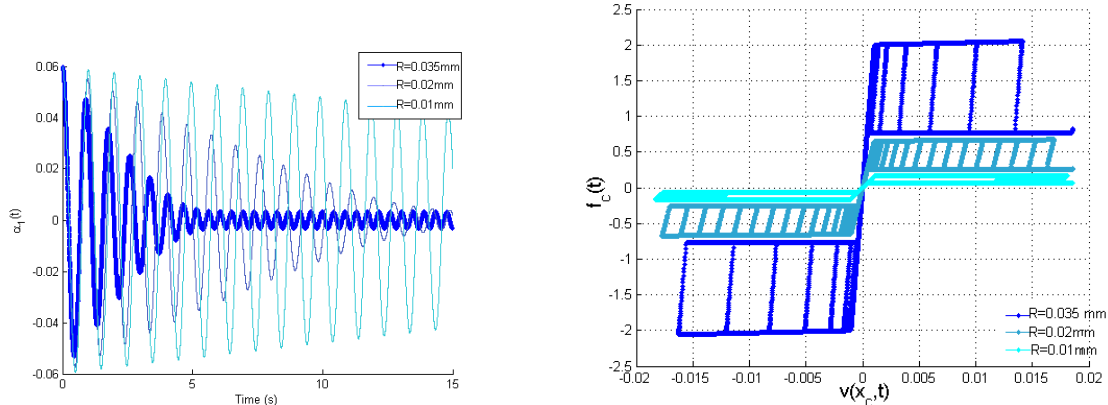


Figure 6. Influence de la variation de la section du SMA sur l'amortissement du câble

3.2 Influence de la variation de la longueur du SMA sur la réponse du câble

Dan ce cas, le rayon et la position du SMA sont fixés, respectivement, à $R_{SMA} = 0.035mm$ et $x_c = 0.1L$. En variant la longueur du SMA, la réponse du premier mode du câble ainsi que la variation de la force d'amortissement en fonction du déplacement sont représentées dans la figure 7. On remarque que si la longueur du SMA décroît alors l'amortissement des vibrations transversales du câble augmente. Ce qui approuve l'analyse de la surface de l'hystérésis qui augmente à chaque fois qu'on augmente L_{SMA} . Par conséquent, l'amortissement est d'autant plus important que L est plus faible.

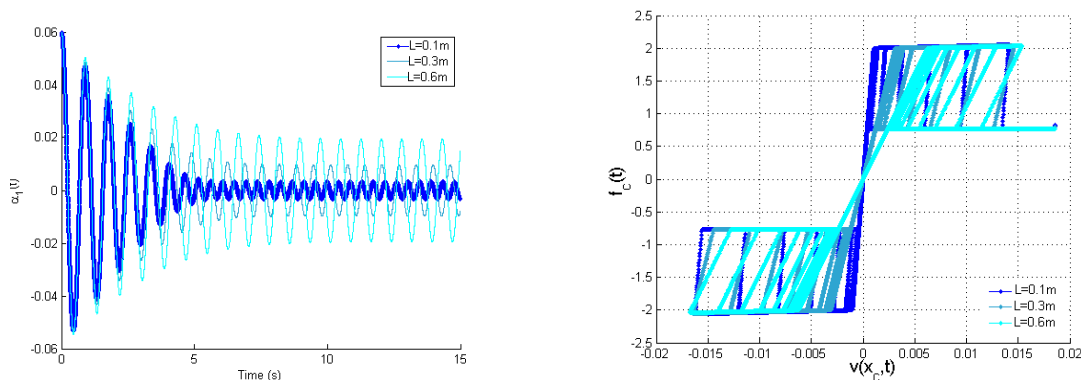


Figure 7. Influence de la variation de la longueur du SMA sur l'amortissement du câble

3.3 Influence de la variation de la position du SMA sur la réponse de câble

Dans cette partie, le rayon de l'élément SMA et sa longueur sont pris respectivement $R_{SMA} = 0.035mm$ et $L_{SMA} = 0.1m$ alors que les emplacements sont choisis de la manière suivante : $x_c = 0.9L$, $x_c = 0.5L$ et $x_c = 0.7L$. La réponse du premier mode du câble ainsi que la variation de la force d'amortissement en fonction du déplacement sont montrées dans la figure 8. Il est clair que

l'amortissement de l'élément SMA est maximal lorsque le câble est positionné à $0.5L$ (ventre de la déformée modale) pour le premier mode de vibration.

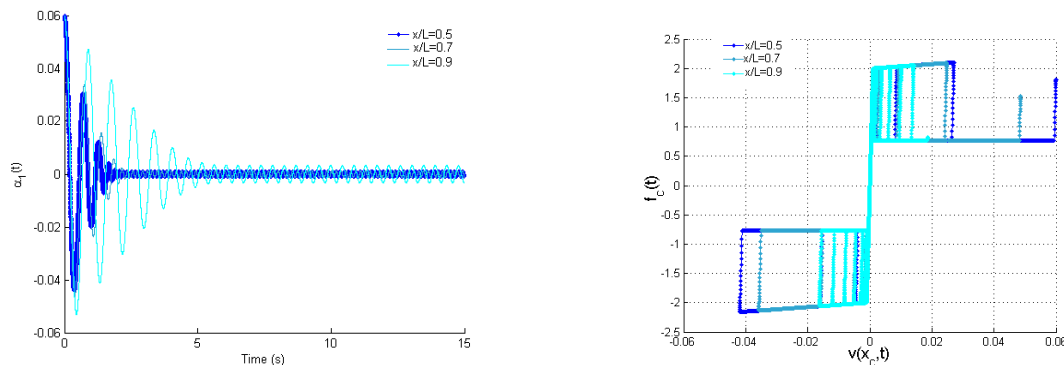


Figure8. Influence de la variation de la localisation du SMA sur l'amortissement du câble

4 Conclusion et perspectives

Dans cette étude, on montre que l'amortisseur SMA est un bon candidat pour produire un amortissement supplémentaire au câble. Sa présence réduit nettement la vibration transversale de câble. La capacité d'amortissement d'un SMA est étroitement liée à la fois à ses propriétés géométriques et à son emplacement. Par conséquent, il est utile de chercher les paramètres dimensionnels convenables de l'élément SMA.

Vu qu'il y a des recherches qui montrent que les amortisseurs MR sont aussi capables de réduire les vibrations des haubans, on trouve donc nécessaire de comparer l'effet du MR et du SMA sur la réponse dynamique des haubans.

Une étude expérimentale est en cours de réalisation sur un modèle de hauban équipé d'un SMA pour vérifier les résultats des simulations numériques.

References

- [1]A. Berlioza et CH. Lamarque, 2003. A non-linear model for the dynamics of an inclined cable. *Journal of Sound and Vibration*
- [2]C.Cremona, 2000. Dynamique non linéaire des câbles et application au comportement des ponts haubanés. *Revue Française de Mécanique*
- [3] F. Auricchio et E. Sacco, 1996. A one dimensional model for superelastic shape memory alloys with different elastic proprieties between austenite and martensite. *Journal Non-Linear Mechanics*
- [4]P. Nicholas, T. Kumarasena, P. Irwin et A. Felber. Wind-Induced Vibration of Stay Cables. *Summary of FHWA Study*
- [5]M. Liu, H. Li1, G. Song et J. Ou, 2007. Investigation of vibration mitigation of stay cables incorporated with superelastic shape memory alloy dampers. *Journal of Smart Materials and Structure*
- [6]H M. Irvine, 1981. Cable Structures
- [7]G. Song, N. Ma et H. Li, 2005. Applications of shape memory alloys in civil structures. *Journal of Engineering Structures*
- [8]P. Qiang Pan et C. Chongdu, 2007. The Investigation of a Shape Memory Alloy Micro-Damper for MEMS Applications. *Sensors*
- [9]JV. Humbeeck, 1999. Non-medical applications of shape memory alloys. *Mater. Sci. Eng*
- [10]E.Pieczyska, S.Gadaj, WK.Nowacki, K.Hoshio, Y.Makino et H. Tobushi, 2005. Characteristics of energy storage and dissipation in TiNi shape memory alloy. *Sci. Technol. Adv. Mater*
- [11]GW. Housner, LA. Bergaman et Al, 1997. Structural control: past, present, and future. *Journal of Engineering Mechanics*